



Udruženje nastavnika matematike Crne Gore

Dijagonala

Matematički list za učenike osnovnih škola Cijena 1,50 €

Nagradni zadatak:

$$A71B : 36 = N$$

BROJ 17 - GODINA 2022.

Udruženje nastavnika matematike Crne Gore

Matematički list za učenike osnovnih škola – „Dijagonala“, broj 17

Godina 2022.

Cijena: 1,50 €

| | |
|---------------------|--|
| Glavni urednik: | <i>mr Radomir Božović</i> |
| Odgovorni urednik: | <i>Danijela Jovanović</i> |
| Redakcija: | <i>Prof. dr Žarko Pavićević, Prof. dr Radoje Šćepanović, Miodrag Lalić, Prof. dr Milenko Mosurović, Anđa Vujović, Milan Rosandić, Nikola Radojičić, Irena Pavićević, Nevena Ljujić</i> |
| Lektura: | <i>Milja Božović, prof.</i> |
| Korektura: | <i>Danijela Jovanović, prof.</i> |
| Priprema za štampu: | <i>Branko Gazdić</i> |
| Tiraž: | <i>1000</i> |
| Štampa: | <i>„Studio Branko“ d.o.o. – Podgorica</i> |

Zavod za školstvo je odlukom broj 01 – 1214/2 od 03.09.2018. godine preporučio časopis „Dijagonala“ za korišćenje u osnovnim školama kao pomoćno nastavno sredstvo.

Sadržaj

| | |
|--|-----------|
| Nejednakost između aritmetičke i harmonijske sredine dva pozitivna broja i njena primjena | 3 |
| Dinamičko programiranje i Fibonačijevi brojevi | 8 |
| Zadaci za vježbu | 11 |
| Odabrani zadaci | 20 |
| Takmičarski zadaci | 21 |
| Rješenja takmičarskih zadataka iz prošlog broja | 23 |
| Priprema za čas | 27 |
| Žene u matematici | 30 |
| Nova škola u Podgorici | 35 |
| Donacije UNMCG | 38 |

Milan Rosandić, prof.

NEJEDNAKOST IZMEĐU ARITMETIČKE I HARMONIJSKE SREDINE DVA POZITIVNA BROJA I NJENA PRIMJENA

„Ne uobražavajte da je matematika teška, nerazumljiva i odbojna za zdravi razum. Ona je prosto idealna realizacija zdravog razuma!“

Ranije smo govorili o nejednakostima između brojevnih sredina i njihovim primjenama, gdje smo se bavili sintetičkim i analitičkim dokazima.

Ovdje, najprije, želim da pokažem kako se nejednakost između aritmetičke i harmonijske sredine dva pozitivna broja, može veoma lijepo iskoristiti za formiranje raznih geometrijskih nejednakosti u trouglu.

No, za početak, definišimo aritmetičku (A) i harmonijsku (H) sredinu pozitivnih brojeva x i y :

$$A = \frac{x + y}{2} \qquad H = \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

Za aritmetičku i harmonijsku sredinu važi sljedeće tvrđenje:

Teorema 1: *Ako su x i y pozitivni brojevi, tada je $A \geq H$, tj.*

$$\frac{x+y}{2} \geq \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}, \tag{1}$$

pri čemu jednakost važi samo za $x = y$.

Dokaz:

Pođimo od očigledne nejednakosti

$$(x - y)^2 \geq 0,$$

pri čemu jednakost važi za $x = y$. Ona je ekvivalentna sa sljedećim nizom nejednakosti.

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$x^2 + y^2 + 2xy \geq 4xy$$

$$(x + y)^2 \geq 4xy$$

Dijeljenjem sa $2(x + y)$ dobijamo:

$$\frac{x + y}{2} \geq \frac{2xy}{x + y}$$

4 Dijagonala

$$\frac{x+y}{2} \geq \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

čime je tvrđenje dokazano.

Neposredna posljedica je sljedeće tvrđenje koje ima direktnu primjenu u geometrijskim nejednakostima:

Teorema 2: *Ako su x i y pozitivni brojevi, tada je*

$$\frac{xy}{x+y} \leq \frac{x+y}{4}, \quad (2)$$

pri čemu jednakost važi samo za $x = y$.

Dokaz:

$$\begin{aligned} \frac{xy}{x+y} &= \frac{1}{\frac{x+y}{xy}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{x+y}{2} \text{ /nejednakost(1)/} \\ &= \frac{x+y}{4}. \end{aligned}$$

Sada želim da pokažem, kako ovu nejednakost (2), možemo iskoristiti za izvođenje nekih nejednakosti vezanih za elemente trougla.

Primjer 1.

Ako su a , b i c stranice trougla i S poluobim, tada je:

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \leq S.$$

Rješenje:

Stavljajući u nejednakost (2) $x = a$ i $y = b$ dobijamo:

$$\frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$$

Slično bismo dobili i:

$$\frac{bc}{b+c} \leq \frac{b+c}{4}$$

$$\frac{ac}{a+c} \leq \frac{a+c}{4}$$

Sabirajući ove tri nejednakosti dobijamo:

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \leq \frac{a+b+c}{2}$$

Znajući da obim predstavlja zbir svih stranica trougla, to onda možemo zapisati prethodnu nejednakost na sljedeći način:

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \leq S.$$

Uz iste oznake koje smo uveli u primjeru 1 imamo:

Primjer 2.

Trougao je jednakostraničan ako i samo ako (akko) je:

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} = S.$$

Rješenje:

Direktno slijedi iz nejednakosti (2) i primjera 1.

Ako je P površina trougla, a r i R , redom poluprečnici upisane i opisane kružnice, poznato je da važe sljedeće formule:

$$P = rS \tag{3}$$

$$P = \frac{abc}{4R} \tag{4}$$

$$P = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \tag{5}$$

Primjer 3.

U svakom trouglu važe sljedeće nejednakosti:

$$a) (S-a)(S-b) + (S-b)(S-c) + (S-c)(S-a) \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{4};$$

$$b) (S-a)(S-b)(S-c) \leq \frac{abc}{8}.$$

Rješenje:

Neka je $x = S - a$, $y = S - b$ i $z = S - c$.

Primijetimo da je:

$$x = S - a = \frac{a + b + c}{2} - a = \frac{b + c - a}{2} > 0$$

jer je poznato da je zbir dužina bilo koje dvije stranice trougla veći od dužine treće stranice.

Slično,

$$y > 0 \text{ i } z > 0.$$

Primjenjujući na x i y nejednakost (2) dobijamo:

$$\frac{(S - a)(S - b)}{S - a + S - b} \leq \frac{S - a + S - b}{4}$$

Kako je $2S - a - b = c$, to je onda:

$$(S - a)(S - b) \leq \frac{c^2}{4}. \quad (6)$$

Na sličan način dobijamo:

$$(S - b)(S - c) \leq \frac{a^2}{4}, \quad (7)$$

$$(S - a)(S - c) \leq \frac{b^2}{4}. \quad (8)$$

Sabiranjem nejednakosti (6), (7) i (8), dobijamo nejednakost a).

S druge strane, njihovim množenjem dobijamo:

$$(S - a)^2(S - b)^2(S - c)^2 \leq \frac{a^2b^2c^2}{64},$$

što nakon korjenovanja daje nejednakost b).

Primjer 4.

U svakom trouglu je

$$8r^2S \leq abc \leq 2R^2S.$$

Rješenje:

Iz nejednakosti b) u primjeru 3, slijedi:

$$S(S - a)(S - b)(S - c) \leq \frac{abcS}{8},$$

što s obzirom na (5) daje:

$$P^2 \leq \frac{abcS}{8}. \quad (9)$$

Koristeći formulu (3) dobijamo:

$$r^2 S^2 \leq \frac{abcS}{8},$$

odakle je $8r^2 S \leq abc$. (10)

Stavljajući u nejednakost (9), umjesto P , izraz iz formule (4) dobijamo:

$$\frac{a^2 b^2 c^2}{16R^2} \leq \frac{abcS}{8}.$$

Iz toga je $abc \leq 2R^2 S$. (11)

Dakle, tražena nejednakost slijedi iz (10) i (11).

Ako su t_a, t_b i t_c težišne linije trougla, onda važi sljedeća jednakost:

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{4}{3} (t_a^2 + t_b^2 + t_c^2).$$

Koristeći nejednakosti iz primjera 3a), dobijamo:

Primjer 5.

U svakom trouglu je

$$(S - a)(S - b) + (S - b)(S - c) + (S - c)(S - a) \leq \frac{t_a^2 + t_b^2 + t_c^2}{3}.$$

Naravno, jednakost važi samo u slučaju $a = b = c$, tj. kada je trougao jednakostraničan.

Na kraju, možemo zaključiti da se na ovaj način iz nejednakosti (2), koja je ekvivalentna sa $A \geq H$, mogu dobiti i mnoge druge.

Uzimajući tu nejednakost za tri pozitivna broja x, y i z ,

$$\frac{x + y + z}{3} \geq \frac{3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$$

ili ekvivalentan oblik:

$$(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9.$$

Mogu se takođe dobiti razne nejednakosti, tako što se x, y i z zamijene pojedinim elementima trougla, ali to prepuštam vama.

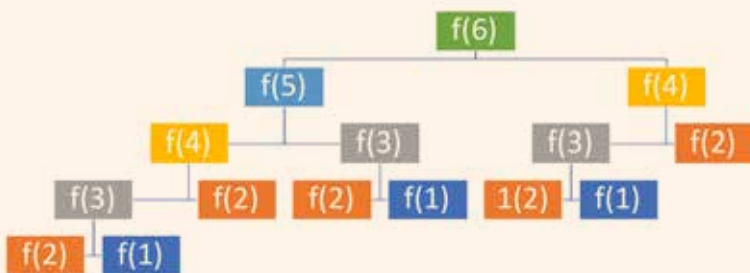
DINAMIČKO PROGRAMIRANJE I FIBONAČIJEVI BROJEVI

U ovoj lekciji upoznaćete se sa osnovama dinamičkog programiranja, koje se često među programerima skraćeno zapisuje kao DP. To je tehnika rješavanja problema i ubrzanja rada algoritama koja koristi takozvana ponavljajuća podstanja. Prvi put je ovaj termin upotrijebio Ričard Belman (Richard Bellman) 1953. godine. Osnovna ideja, ili moto, dinamičkog programiranja je: “ne radite istu stvar dva puta”. Pogledajmo neke primjere zadataka koji se mogu uraditi pomoću dinamičkog programiranja.

Fibonačijevi brojevi [Leonardo Fibonacci de Pisa] su jedan od najpoznatijih i najzagonetnijih nizova u istoriji matematike. Ako to već ne znate, definisaćemo Fibonačijeve brojeve. Označimo sa $f(n)$ n -ti Fibonačijev broj. Tada je: $f(1) = 1$, $f(2) = 1$ i $f(n) = f(n - 1) + f(n - 2)$, za $n > 2$. Iza ovako složenog matematičkog zapisa krije se jednostavna rečenica: prva dva broja su 1, a svaki sljedeći se dobija kao zbir prethodna dva. Ovakva definicija niza se naziva rekurzivnom ili rekurentnom, jer se n -ti elemenat niza opisuje preko prethodnih elemenata niza, tačnije, preko prethodna dva. Kako C++ podržava rekurzivne pozive funkcija, lako je napisati odgovarajuću funkciju koja vraća n -ti Fibonačijev broj:

```
int fib(int n) {  
    if(n < 3) return 1;  
    return (fib(n - 1) + fib(n - 2));  
}
```

Kako će izgledati izračunavanje šestog Fibonačijevog broja tj. $f(6)$ prikazano je na slici (u cilju uštede prostora, umjesto $\text{fib}(x)$ korišćeno je $f(x)$):



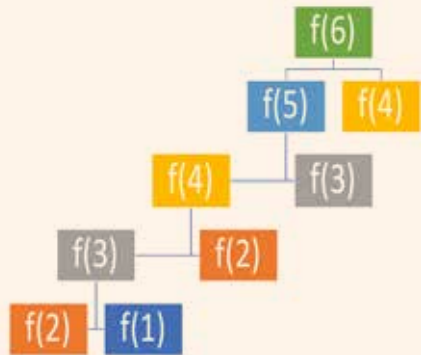
Jasno se vidi da se neke vrijednosti izračunavaju više puta. Vrijeme izvršavanja ovog algoritma je „užasno”: ako je $n = 100$ trebaće mu nekoliko vijekova (baš tako, vijekova, nije greška) da završi rad, ako bi računar dopustio da se napisani kod izvrši. Tako će $\text{fib}(100)$ dva puta pozvati $\text{fib}(98)$,

što je čisto traćenje vremena, jer bi bilo bolje da je prvi put zapamtio ono što je izračunao. Lako se može izračunati da je broj koraka za ovaj algoritam proporcionalan 2^n ili kako se to formalno zapisuje: složenost algoritma je $O(2^n)$ – čita se „O veliko od 2 na n”.

Prije nego što pređemo na rješenje primjenom dinamičkog programiranja, iskoristimo ideju da se prvo zapamti ono što je jednom izračunato. Jedino moguće, i dalje rekurzivno, rješenje koje koristi dodatne nizove `vecIzracunat` i `sacuvanaVrijednost` je sljedeće:

```
int fib(int n) {
    if(n < 3) return 1;
    if(!vecIzracunat[n]) {
        sacuvanaVrijednost[n] = fib(n - 1) +
fib(n - 2);
        vecIzracunat[n]=1; }
    return sacuvanaVrijednost[n];
}
```

Imena nizova jasno govore šta im je namjena. Ova verzija je bolja od prethodne, jer nikada nećemo „skočiti” na izračunavanje `fib(n)` ako nam je već izračunat. Ovo je primjer takozvane **memoizacije**, gdje se u rekurzivnoj funkciji čuvaju neke vrijednosti za naknadno korišćenje. Kako će izgledati izračunavanje šestog Fibonačijevog broja ovim algoritmom prikazano je na slici:



U oba prethodna rješenja počinjemo od „početnog stanja”, tj. broja n , i gradimo rješenje preko podstanja tj. brojeva $n - 1$ i $n - 2$. Kao da gradimo piramidu od vrha prema dnu (engl. top-down). Kod dinamičkog programiranja radimo upravo obrnuto – krećemo od dna i gradimo prema vrhu (engl. bottom-up). Prvo razmatramo „najniža stanja” i idemo naviše. Za Fibonačijeve brojeve ovo je prilično intuitivno jer liči na mehanizam kako bi ih izračunali ručno: krenuli bi od $f(2)$ i redom računali $f(3)$, $f(4)$, ..., $f(n)$. Kod svake primjene DP definišu se dvije stvari: stanje koje opisuje problem i potprobleme i prelazak (tranziciju) između stanja. Stanje se najčešće opisuje nizom, dvodimenzionalnim nizom ili nekom još složenijom strukturom programskog jezika. Prelazak nam pokazuje kako su stanja povezana, najčešće nekom formulom. U našem slučaju, stanje se opisuje nizom F , gdje n -ti element niza

$F(n)$ označava n -ti Fibonačijev broj. Početna stanja su $F(1) = 1$, $F(2) = 1$. Prelazak se ostvaruje na sljedeći način: $F[i]=F[i-1]+F[i-2]$, za $i = 3, \dots, n$.

Sada je lako napisati nerekurzivnu verziju funkcije:

```
int fib(int n) {
    if(n < 3) return 1;
    F[1]=1;
    F[2]=1;
    for (int i = 3; i <= n; i++)
        F[i]=F[i-1]+F[i-2];
    return F[n];
}
```

Kako smo već naučili šta znači veliko O , možemo reći da ovaj algoritam ima složenost $O(n)$. Koristi se i dodatni niz sa n elemenata.

Već smo postigli dovoljno, ali možemo još bolje. Posljednji algoritam se može poboljšati tako što se smanji potrošnja memorije. Uočimo da su za izračunavanje i -tog elementa potrebna samo dva prethodna elementa, pa možemo potpuno izbaciti niz i čuvati samo posljednja dva prethodna. Jedna moguća implementacija je sljedeća:

```
int fib(int n) {
    if(n < 3) return 1;
    int a=1, b=1, c=2;
    for(int i=4; i<=n; i++) {
        a=b;
        c+=b;
        b=c-b;
    }
    return c;
}
```

Ova tehnika se često naziva „klizajući prozor” (engl. sliding window).

Možemo zaključiti da smo transformisali algoritam koji je imao složenost $O(2^n)$ u algoritam koji ima složenost $O(n)$ uz konstantnu memoriju. Vodite računa da se klizajući prozor ne može uvijek primijeniti.

U sljedećim lekcijama obradićemo i neke druge primjene dinamičkog programiranja. Za vježbu, pokušajte da ponovite sve metode iz ove lekcije na sljedećem zadatku:

Zadatak za vježbu:

Dat je niz od N cijelih brojeva. Odrediti najveći mogući zbir uzastopnih elemenata datog niza. Obratiti pažnju da elementi niza ne moraju biti pozitivni.

ZADACI ZA VJEŽBU

VI razred

Djeljivost. NZD, NZS brojeva

1. a) Iz skupa $A = \{x \mid x \in N \text{ i } 10 < x < 30\}$ izdvojiti sve proste i sve složene brojeve.
 b) Ako je tvrdjenje $24 \mid 3000$ tačno, precrtati netačna tvrdjenja:
 $1 \mid 3000$, $3 \mid 3000$, $6 \mid 3000$, $7 \mid 3000$, $12 \mid 3000$, $15 \mid 3000$.
2. a) Koji je najveći petocifreni broj djeljiv sa 9, ako su sve cifre tog broja različite?
 b) Umjesto a i b u četvorocifrenim brojevima staviti cifre tako da izraz $323a + b410$ bude djeljiv sa 9.
3. a) Dokazati da je zbir bilo koja tri uzastopna broja djeljiv sa 3.
 b) Koji je najmanji trocifreni broj čija je prva cifra 7 i djeljiv je sa 3?
4. a) Odrediti sve prirodne brojeve za koje važi $NZS(a, 36) = 36$.
 b) Odrediti sve prirodne brojeve x za koje važi $NZD(12, x) = x$.
 c) Da li je istinito tvrdjenje $NZD(12, 16) \cdot NZS(12, 16) = 12 \cdot 16$?
5. a) Koliko se najviše jednakih paketa može spakovati od 36 igračaka i 48 knjiga?
 b) Koliko knjiga ima u svakom paketu?
6. a) Kojim najvećim brojem možemo podijeliti brojeve 49 i 61 tako da ostatak pri oba dijeljenja bude 1?
 b) Ako se brojevi 8746 i 1652 podijele jednim istim brojem, dobijaju se redom ostaci 16 i 14. Odrediti broj kojim je izvršeno dijeljenje.
7. Pekar ima 63 kiflice, 90 pereca i 135 pogačice. Koliko najviše porudžbina sa jednakim brojem svake vrste peciva može da se napravi, ako želi za sebe da zadrži 3 kiflice, 6 pereca i 3 pogačice?
8. a) Gospođa Marić treba da spakuje 20 tegli pekmeza od šljiva i 15 tegli pekmeza od šipurka u najmanji broj kutija tako da u svakoj kutiji bude isti broj tegli pekmeza od šljiva i od šipuraka. Koliko je kutija potrebno? Koliko je tegli od svake vrste u jednoj kutiji?

12 Dijagonala

- b) Marica je pisala baki svakih 12 dana, svojoj tetki svakih 18 dana, svojoj sestri svakih 15 dana, a prijateljici svakih 24 dana. Ako je danas poslala svima po jedno pismo, koliko će dana proći do dana kad će opet svima poslati po jedno pismo? Koliko je pisama u međuvremenu poslala svakoj od njih?
9. Koliko je pravih određeno sa 4 tačke ako među njima:
a) ne postoje tri nekolinearne tačke;
b) postoje tačno tri nekolinearne tačke?
10. Presjek kruga $K(O, 5 \text{ cm})$ i prave p je duž AB tako da $O \in AB$. Kolika je dužina duži AB ?

Prijedlog prvog pismenog zadatka

I grupa

1. a) Zamijeniti * odgovarajućom cifrom tako da:
 $3 \mid 10^*1$ $5 \mid 4^*4$ $2 \mid 1357 \cdot 56^*$ $10 \mid 3700 + 2020 + 505^*$.
b) Napisati sve dvocifrene sadržaoce broja 12.
2. a) Iz skupa $P = \{5, 23, 111, 405, 3030\}$ izdvojiti podskup:
– prostih brojeva,
– brojeva djeljivih sa 3;
b) Odrediti NZD (48, 72, 96).
3. Rastojanje između tačaka M i N je 3 cm . Pronaći tačku P tako da duži MP , MN i NP budu jednake.
4. Neki dječak ima toliko klikera da ih može rasporediti po džepovima tako da u svakom džepu bude 18, 24 ili 30 klikera i da mu uvijek ostane jedan u ruci. Odrediti najmanji mogući broj klikera.
5. Ako se brojevi 4 373 i 826 podijele jednim istim brojem, dobiće se ostaci (redom) 8 i 7. Koliki je djelilac?

II grupa

1. a) Podvući tačno tvrđenje:
 $6 \mid 24$ $6 \mid 170$ $12 \mid 156$ $12 \mid 1132$ $15 \mid 100$ $15 \mid 255$.
b) Pokazati da li su brojevi 12 i 30 uzajamno prosti.

2. a) Iz skupa $R = \{6, 11, 34, 47, 105, 2020\}$ izdvojiti podskup:
 - složenih brojeva,
 - brojeva djeljivih sa 2;
 b) Odrediti NZS (21, 28, 35).
3. Na duži $|AB| = 36 \text{ cm}$ data je tačka C. Naći dužine duži AC i BC ako je duž BC tri puta duža od duži AM.
4. Dokazati da zbir bilo kojih pet uzastopnih prirodnih brojeva ne može biti prost broj.
5. Tri autobusa su u 6 časova ujutru istovremeno krenula sa stanice u tri različita pravca. Prvi autobus vratio se u stanicu posle 1 sat i 5 minuta i ponovo krenuo na put poslije 10 minuta, drugi se vratio poslije 56 minuta i ponovo krenuo poslije 4 minuta, treći se vratio poslije 48 minuta i kroz 2 minuta ponovo krenuo na put.

Za koje će najkraće vrijeme sva tri autobusa ponovo krenuti sa stanice u isto vrijeme?

Jelena Bojović, JU OŠ „Dušan Bojović“, Nikšić

VII razred

Skup cijelih brojeva

1. Izračunati:
- a) $(+15) + (-9)$; b) $(-13) + (+1) - 9$;
 c) $-7 - (-6) - 12$; d) $11 + (-8) - (+5) + (+9)$.
2. Izračunati:
- a) $(+6) \cdot (+8)$; b) $(+5) \cdot (-7)$; c) $(-12) : (+4)$; d) $(-32) : (-4)$.
3. Izračunati vrijednost brojevnog izraza:
- a) $-3 \cdot 4 + 6 \cdot (-2) + (-9) : (-3) - (-5) \cdot 7 + 1$;
 b) $[-13 : (-10 - 9 : 3) - 7] + 5 \cdot (-3)$.
4. Ako je $x = -(-2) + 2$ i $y = 12 + 8 : (-2)$ izračunati:
 $y : (-x) + |y + 2 \cdot x - y : 2|$.
5. Riješiti jednačine:
- a) $y + (-11) = -7 - (+4)$; b) $-5 + (x - 10) = -5$;
 c) $(12 - x) - (-15 + 6) = -(-1 + 3)$.

14 Dijagonala

- Koliko treba oduzeti od zbira brojeva -81 i 17 da bi se dobio broj koji je za -28 manji od broja 12 ?
- Kojim brojem treba umanjiti zbir brojeva -12 i 8 pa da dobiješ broj suprotan razlici brojeva -18 i -16 ?
- Riješiti nejednačine:
a) $(-8 + (-25)) + x < -35$; b) $x - (-3) \leq 2 - (-4)$.
- Od kog broja treba oduzeti zbir brojeva -17 i -63 da bi dobijena razlika bila manja od razlike datih brojeva?
- Uporediti $M \cdot N$ i $M : N$ ako je:
 $M = -|-12 + |-6||$ i $N = \{11 - [3 - (-2 - 4)]\}$.

Prijedlog prvog pismenog zadatka

I grupa

- Izračunati:
a) $-6 + (-8)$; b) $-3 \cdot (-7)$; c) $-81 : (+9)$; d) $-35 + 24 \cdot (-8)$;
e) $-8 \cdot (-4) : (-1) \cdot (-5)$; f) $2 \cdot |-10 - 12| - |-11 + 3| : (-2)$.
- a) Riješiti jednačinu: $x - (-7) = 2 + (-5)$;
b) Koji broj treba oduzeti od zbira brojeva -8 i -18 da bi se dobio broj koji je suprotan razlici brojeva -15 i 20 ?
- Riješiti nejednačine i skup rješenja prikazati na brojnoj pravoj:
a) $-2 - (-14) + x > 13$;
b) $-11 - (5 - (-3 - (-x - 7))) < -3$.
- Izračunati $-p - 2q + 3r$, ako je:
 $p = -(-3) - 2 \cdot (-4) - 16 : (-2)$,
 $q = -12 - 3 \cdot (-19 - (-9 + 4 \cdot (-2) - (-6))) - (-6 + 9)$,
 $r = -3 - (-3 \cdot (-3 \cdot (-3)))$.

II grupa

1. Izračunati:

a) $-10 - (-8)$; b) $-4 \cdot (-5)$; c) $-36 : (+9)$; d) $-24 - 16 : (-8)$;
 e) $-48 \cdot (-12) : (-1) \cdot (-9)$; f) $2 \cdot |-42 - 12| - |-11 + 5| : (-2)$.

2. a) Riješiti jednačinu: $(x - 4) - 17 = -3 + (-15)$.

b) Koji broj treba oduzeti od razlike brojeva -18 i -13 da bi se dobio broj koji je suprotan zbiru brojeva -15 i 20 ?

3. Riješiti nejednačine i skup rješenja prikazati na brojnoj pravoj:

a) $-12 + (-11) + x < -19$;

b) $-1 - (-3 - (-5 - (-x + 8))) > -10$.

4. Izračunati $-2p - 3q + 4r$, ako je:

$$p = (-2) \cdot (-4) + (-3) \cdot (+2) - (-10),$$

$$q = -3 \cdot (9 - (-7 + 3 \cdot (-2) - (-3 + 2))) - (-12 + 19),$$

$$r = -4 - (-4 \cdot (-4 \cdot (-4))).$$

Slađana Savković – Bošković, JU OŠ „Radojica Perović“, Podgorica

VIII razred

Razmjera, proporcija, procenat. Kvadriranje, korjenovanje

1. Razmjeru brojeva 10 i 25, 12 i 42, 27 i 63 napisati kao razmjeru dva uzajamno prosta broja.

2. Udaljenost između dva grada A i B na karti je 3,2 cm. U stvarnosti je njihova udaljenost 80 km. Karta je urađena u razmjeri 1 : 25000. Da li je to tačno?

3. a) Oštri uglovi u pravouglom trouglu odnose se kao 1 : 2. Izračunati te uglove.

b) Markova kuća udaljena je od škole 720 m. Na kojoj udaljenosti od škole je prodavnica ako je razmjera dužina od Markove kuće do prodavnice i od prodavnice do škole 5 : 4?

4. Izračunati nepoznati član proporcije:

a) $30 : x = 12 : 8$; b) $5\frac{1}{3} : x = 14 : 4,2$; c) $(x - 5) : 12 = 17 : 3$;

d) $(\frac{3}{2}x - 1) : 3 = (1 + \frac{2}{3}x) : 10$.

5. a) Štampanje 92 postera košta 18,4 eura. Koliko postera se može odštampati za 5 eura?

b) Tri radnika završe neki posao za 16 dana. Za koliko dana će isti posao završiti 4 radnika?

6. a) Iz odjeljenja od 28 učenika njih 7 se prijavilo za turnir u odbojci. Koliko je to u procentima?

b) Računar je koštao 360 eura. Koliko će koštati poslije sniženja od 3%?

7. a) Prodaja uglja na jednom stovarištu povećana je za 30% i iznosi 16 640t. Za koliko tona je povećana prodaja?

b) Poslije poskupljenja od 15,5 % cijena televizora je 462 eura. Kolika je bila cijena televizora prije poskupljenja?

8. Cijena ljetovanja za četvoročlanu porodicu iznosi 800 eura. Ako se uplati do 1. marta cijena se umanjuje za 10%, a ako se uplati do 1. aprila cijena je manja 4%. Porodica Petrović je uplatila ljetovanje 25. februara, a porodica Nikolić 15. marta. Koliko je više uplatila porodica Nikolić?

9. Izračunati:

a) $(2\sqrt{2})^2 - \sqrt{(-2)^2} + 2\sqrt{2^2}$; b) $\frac{\sqrt{0,36}}{3} - \frac{2}{5}\sqrt{1 - \frac{3}{4}}$;

c) $-12^2 \cdot \sqrt{\frac{25}{144}} + (-3)^2 \cdot \sqrt{\frac{81}{289}}$;

d) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$, za $x = -2$ i $y = 2$:

e) Trostruku vrijednost broja $\sqrt{5 + \frac{4}{9}}$ uvećati za kvadrat broja $-3\sqrt{3}$;

f) Da li je tačna jednakost $3\sqrt{3\frac{7}{9} - 2} - 4\sqrt{2 - \frac{7}{16}} = -1$?

10. Riješiti jednačine:

a) $x^2 = 0,16$; b) $5x^2 - 12 = 8$; c) $(x - 1)^2 + \frac{1}{2} = -\frac{5}{9}$.

Prijedlog prvog pismenog zadatka

I grupa

1. Stranice trougla odnose se kao $2 : 3 : 5$. Kolike su stranice trougla ako je obim 60 cm ?
2. Ako za 35 kg povrća treba platiti 56 eura, koliko će se platiti za 20 kg istog povrća?
3. a) Izračunati 15% od 2500 ;
b) Nabavna cijena čokolade od 100 g je 50 centi. Kolika će biti cijena poslije obračunatog PDV-a od 21% ?
4. Izračunati: a) $-4^2 \cdot (-3) + 3 \cdot (-4)^2$; b) $\sqrt{2 + \frac{7}{9}} - 0,3^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2$.
5. Riješiti jednačine: a) $x^2 = 0,75$; b) $x^2 - \sqrt{1 - \frac{21}{25}} = \frac{6}{25}$.

II grupa

1. Uglovi trougla odnose se kao $2 : 3 : 4$. Koliki su uglovi trougla?
2. Ako 18 radnika završi neki posao za 35 dana, za koliko će isti posao završiti 45 radnika?
3. a) Izračunati 12% od 375 ;
b) Patike koštaju 80 eura. Kolika će biti njihova cijena ako su snižene za 15% ?
4. Izračunati: a) $5 \cdot (-2)^2 - 5^2 \cdot (-2)$; b) $\sqrt{1 - \frac{7}{16}} - 0,4^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2$.
5. Riješiti jednačine: a) $4x^2 = 0,16$; b) $x^2 - \sqrt{6 - \frac{5}{9}} = \frac{4}{9}$.

Daliborka Postolov, JU OŠ „Vlado Milić“, Podgorica

IX razred

Mnogougao. Tačka, prava i ravan

1. Izračunati d_n , D_n i S_n četrnaestougla.
2. Ako se iz jednog tjemena mnogougla može povući najviše 5 dijagonala, izračunati ukupan broj dijagonala.

3. Ako je kod nekog mnogougla $S_n = 2520^\circ$, naći n , d_n i D_n .
4. Ako je ukupan broj dijagonala nekog mnogougla 104, odrediti n i S_n .
5. Kod kojeg mnogougla je ukupan broj dijagonala:
 - a) 11 puta veći od broja stranica;
 - b) 17 puta veći od broja dijagonala iz jednog tjemena?
6. Simetrale dvije susjedne stranice pravilnog mnogougla sijeku se pod uglom od 20° . Odrediti broj stranica tog mnogougla.
7. Kojem pravilnom mnogouglu je spoljašnji ugao 4 puta veći od unutrašnjeg ugla?
8. Tjeme C pravouglog trougla ABC pripada ravni α , a njegova hipotenuza je paralelna toj ravni. Odrediti dužinu hipotenuze ako ortogonalne projekcije kateta AC i BC na ravan α imaju, redom, dužine 7 cm i 6 cm, i ako je rastojanje između ravni α i hipotenuze 5 cm.
9. Nacrtati kocku ABCDA'B'C'D' i odrediti odnos između: a) $p(AD)$ i $p(B'C')$; b) $p(D'C')$ i $p(AD)$; c) $\pi(ABC)$ i $\pi(BCD)$; d) $\pi(ADD')$ i $\pi(BCD')$. Ako se neke od njih sijeku, odrediti ugao između njih.
10. Data je ravan π i tačke A i B koje joj ne pripadaju. Tačke A' i B' su njihove projekcije na tu ravan. Odrediti $|AB|$ ako je $|AA'| = 4\text{ cm}$, $|BB'| = 8\text{ cm}$ i $|A'B'| = 5\text{ cm}$. Razmotri oba slučaja (kad su A i B sa iste i kada su sa različitih strana ravni π).
11. Data je kosa duž AB, $A \in \alpha$ i $B \notin \alpha$. Ako je ugao između duži AB i ravni α 60° , odrediti dužinu projekcije te duži ako je $|AB| = 6\sqrt{3}\text{ cm}$.
12. Nacrtati kocku ABCDA'B'C'D' i imenovati one ravni koje sijeku ravan $\pi(ADA')$.
13. Zaokružiti tačne iskaze:
 - a) Kroz tačku van ravni može se postaviti tačno jedna ravan paralelna datoj ravni.
 - b) Ravan je jednoznačno određena sa tri različite tačke.
 - c) Ako je prava paralelna sa ravni onda je ona paralelna sa svakom pravom te ravni.

Prijedlog prvog pismenog zadatka

I grupa

1. a) Ako se iz jednog tjemena može povući najviše 8 dijagonala, odrediti n , D_n i S_n .
b) Ako je broj dijagonala nekog mnogougla 54, odredi n i S_n .
2. Kolika je veličina unutrašnjeg ugla pravilnog mnogougla čiji je broj dijagonala 6 puta veći od broja stranica?
3. Koliko stranica ima pravilan mnogougao čiji spoljašnji ugao iznosi polovinu njegovog unutrašnjeg ugla?
4. Data je kocka $ABCD A'B'C'D'$.
a) Navesti parove pravih koje su paralelne, normalne i mimoilazne sa $p(BB')$.
b) U kom su odnosu: a) $p(AB)$ i $p(B'C')$; b) $\pi(AA'D')$ i $p(BC)$?
c) Koje se ravni sa $\pi(BB'C')$ sijeku pod uglom od 45° ?
5. Tačke A i B se nalaze sa različitih strana ravni π . Ako je $|AB| = 30 \text{ cm}$, $|A'B'| = 20 \text{ cm}$ i $|AA'| = 7 \text{ cm}$, odrediti $|BB'|$.

II grupa

1. a) Ako se iz jednog tjemena može povući najviše 7 dijagonala, odrediti n , D_n i S_n .
b) Ako je broj dijagonala nekog mnogougla 65, odrediti n i S_n .
2. Postoji li pravilni mnogougao čiji je spoljašnji ugao 5 puta veći od unutrašnjeg ugla?
3. Neka je spoljašnji ugao pravilnog mnogougla za 120° manji od susjednog unutrašnjeg ugla. Koji je to mnogougao?
4. Data je kocka $ABCD A'B'C'D'$.
a) Navesti parove pravih koje su paralelne, normalne i mimoilazne sa $p(AD)$.
b) U kom su odnosu: a) $p(BC)$ i $p(A'D')$; b) $\pi(B'C'D')$ i $p(AD)$?
c) Koje se ravni sa $\pi(ADD')$ sijeku pod uglom od 45° ?
5. Tačke A i B se nalaze sa različitih strana ravni π . Ako je $|AB| = 24 \text{ cm}$, $|A'B'| = 16 \text{ cm}$ i $|BB'| = 5 \text{ cm}$, odrediti $|AA'|$.

Danijela Nela Popović, JU OŠ „Vladika Danilo“, Golubovci

ODABRANI ZADACI**VI razred**

1. Svaki trocifreni broj napisan istom cifrom je djeljiv sa 37. Dokazati.
2. Zbir dva broja je 576, a njihov NZD je 72. Koji su to brojevi?
3. Broju 301 dopisati dvocifreni broj, tako da dobiješ broj djeljiv sa 45.
4. Danas kapetan broda i njegov sin jedinac slave zajednički rođendan. Ako se broj godina kapetana pomnoži sa brojem godina sina i sa dužinom broda (izraženom u metrima), dobija se broj 12543. Koliko su stari kapetan i njegov sin, ako znamo da dječak ima više od jedne godine starosti?

VII razred

1. Zbir dvijehiljadejednog uzastopnog cijelog broja je 2001. Koji brojevi su sabrani?
2. Naći cijele brojeve x koji zadovoljavaju uslove: $8 - 3x \geq -1$ i $|x| = 5$.
3. Postoji li negativan cio broj takav da kad njegovu apsolutnu vrijednost oduzmeš od 11, dobiješ broj čija je apsolutna vrijednost za 4 manja od razlike brojeva 7 i -3 ?
4. Izračunati vrijednost izraza $|a - |b + |c|| + c| + |a + |b - |c|| - c|$ ako je $a = -5$, $b = -6$, $c = -7$.

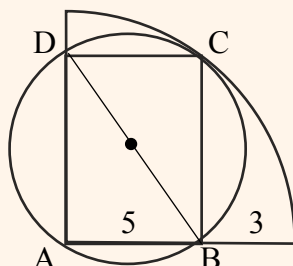
VIII razred

1. Tri druga su podijelila 4000 eura, tako da su dobijeni djelovi I : II = 3 : 2 i III : I = 5 : 9. Koliko je dobio svaki od njih?
2. Na nekom poslu je radilo 15 radnika i oni završe polovinu posla za 20 dana. Poslije toga 3 radnika napuste posao. Za koje će vrijeme preostali radnici dovršiti započeti posao?
3. Slavina A puni bazen za 12 časova, a slavina B za 15 časova. Odvodna cijev C prazni bazen za 10 časova. Za koje vrijeme će se napuniti bazen, ako su istovremeno otvorene sve tri slavine?

4. U jednoj školi je 35% djevojčica, a dječaka je 252 više nego djevojčica. Koliko u školi ima dječaka, a koliko djevojčica?

IX razred

1. Pravougaonik ABCD je upisan u kvadrant kruga poluprečnika 8, a zatim je oko pravougaonika opisan krug. Izračunati površinu manjeg kruga. Uporediti površinu manjeg kruga sa površinom kružnog kvadranta. (Kružni kvadrant je četvrtina kruga.)



2. Pravougli trougao ABC, sa pravim uglom kod tjemena C, naslanja se katetom BC na ravan α i nagnut je prema ravni α pod uglom od 45° . Odrediti rastojanje tjemena A od ravni α , ako je $BC = 2 \text{ cm}$ i $AB : AC = 3 : 1$.
3. Krajevi duži AB i CD pripadaju dvjema paralelnim ravnima α i β . Neka su 12 cm i 3 dm dužine ortogonalnih projekcija datih duži na ravan α . Ako je $AB : CD = 10 : 17$, izračunati rastojanje između ravni α i β .
4. Tačke A_1, A_2, A_3, A_4 su uzastopna tjemena jednog pravilnog mnogougla. Ako je $\sphericalangle A_3A_1A_4 = 6^\circ$, koliko dijagonala ima ovaj mnogougao?

TAKMIČARSKI ZADACI

VI razred

1. Petar i Ana su mjerili svojim koracima dužinu dijagonale pravougaonog dvorišta. Pošli su iz iste tačke i kretali se po istoj pravoj liniji. Dužina te dijagonale je 143 m . Njihove stope su se poklopile 20 puta (ne računajući polazni položaj). Anin korak je dužine 55 cm . Kolika je dužina Petrovog koraka?
2. Odrediti najmanji prirodan broj djeljiv sa 36, zapisan samo ciframa 4 i 7.

VII razred

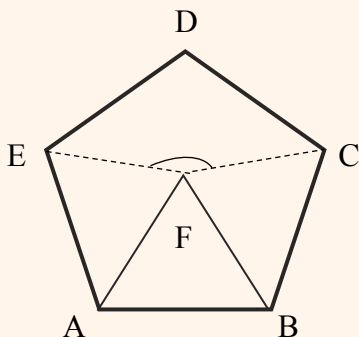
1. Porodica Dijagonalović ima samo jedan fenjer i treba da po noći, trošnim mostom, pređe preko nabujale rijeke. Otac pređe most za jedan minut, majka za 2, sin za 5, a baka za 10 minuta. Koliko je najmanje vremena potrebno da svi pređu preko mosta, ako se na mostu istovremeno mogu naći najviše 2 osobe, a brža osoba mora da prati ritam sporije? Osoba koja prelazi most mora da nosi fenjer, ali preko mosta jedna osoba ne može da nosi drugu osobu.
2. Naći zbir cjelobrojnih rješenja nejednačine $|x + 5| \leq 7$.

VIII razred

1. Odrediti tri prosta broja tako da je njihov proizvod 7 puta veći od njihovog zbira.
2. Poslodavac je nagradio radnika povećanjem zarade za 10%. Pošto je vratio dug od 60 €, preostalu zaradu radnik je podijelio na 3 jednaka dijela od po 90 €. Kolika je zarada radnika bez nagrade?

IX razred

1. Tačka A je od ravni α udaljena 8 cm, a tačka B je od ravni α udaljena 3 cm. Koliko je rastojanje između tačaka A i B, ako je dužina normalne projekcije duži AB na ravan α , duž A_1B_1 , jednaka 12 cm? Odrediti sva rješenja.
2. U pravilni petougao ABCDE ucrtan je jednakokranični trougao ABF, kao na slici. Izračunati ugao $\sphericalangle EFC$, naznačen na slici.



**Anda Vujović, Snežana Boljević, Tamara Jakovljević,
JU OŠ „Pavle Rovinski“, Podgorica**

RJEŠENJA TAKMIČARSKIH ZADATAKA IZ PROŠLOG BROJA

VI razred

1. Na udaljenosti od 125 m pas je opazio zeca i pojurio za njim. Istog trenutka zec se dao u bijeg. Jednim skokom zec preskače pola metra, a pas dva metra. Osim toga, u vremenu u kome zec 7 puta skoči, pas skoči 2 puta. Koliku udaljenost je pretrčao pas od trenutka kada je opazio zeca, do trenutka kada ga je ulovio?
2. Kada je prodavac smanjio cijenu mandarina za 20%, onda se za 24 eura moglo kupiti 1 kg mandarina više nego što se prije sniženja moglo kupiti mandarina za 27 eura. Kolika je bila cijena 1 kg mandarina prije sniženja?

Rješenja:

1. Pas skoči 4 puta u vremenu u kojem zec skoči 14 puta. Za to vrijeme pas pređe 8 m a zec 7 m, tako da u 4 skoka pas smanji rastojanje za 1 m. Da bi nadoknadio prednost zeca od 125 m, pas mora da pređe 125 puta po 8 m. Prema tome, da bi ulovio zeca, pas mora da pređe 1 000 m.
2. Ako je prva cijena mandarina za 1 kg iznosila x eura, onda je poslije sniženja cijene za 20%, nova cijena mandarina iznosila 80% od x eura, odnosno $0,8 \cdot x$ eura. Tada se za 24 eura moglo kupiti $(24 : 0,8x)$ kg mandarina, a po staroj cijeni za 27 eura moglo se kupiti $(27 : x)$ kg mandarina. Kako je razlika u kilogramima 1 kg, to slijedi jednačina:

$$\frac{24}{0,8x} - \frac{27}{x} = 1. \text{ Rješavajući ovu jednačinu, dobijamo:}$$

$$\frac{240}{8x} - \frac{27}{x} = 1 \Rightarrow \frac{30}{x} - \frac{27}{x} = 1 \Rightarrow \frac{3}{x} = 1 \Rightarrow x = 3.$$

Dakle, cijena 1 kg mandarina prije sniženja bila je 3 eura.

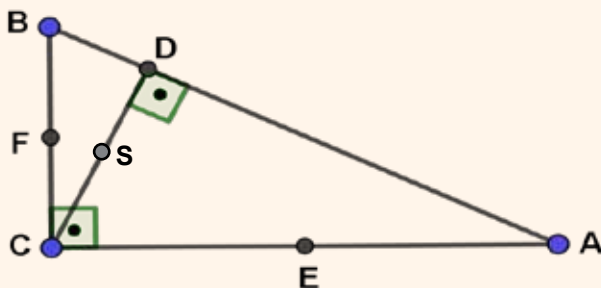
VII razred

1. Članovi matematičke sekcije u jednoj školi dogovorili su se da za vrijeme praznika svaki od njih napiše po jednu razglednicu ostalim članovima. Koliko je bilo članova u toj sekciji ako je napisano ukupno 342 razglednice?

2. U pravouglom trouglu ABC tačka D je podnožje hipotenuzine visine, a tačke E i F su sredine kateta AC i BC. Dokazati da tačke C, D, E i F pripadaju istoj kružnici.

Rješenja:

1. Ako je u matematičkoj sekciji bilo n učenika, onda je svaki poslao po $n - 1$ razglednicu, što iznosi ukupno: $n \cdot (n - 1) = 342$. Kada broj 342 rastavimo na proste činioce, možemo zaključiti da je $342 = 18 \cdot 19$, a iz toga slijedi da je $n = 19$. Znači, matematička sekcija je imala 19 članova.
2. Duž EF je srednja duž $\triangle ABC$ pa je $EF \parallel AB$ i $CD \perp EF$. Kako je FS $\parallel AB$ i F sredina BC, to je FS srednja duž $\triangle BCD$, odnosno S je sredina duži CD $\perp EF$, pa slijedi da je EF simetrala duži CD. Centar kružnice opisane oko pravouglog trougla EFC je tačka O – sredina hipotenuze EF. Kako je OC težišna duž pravouglog trougla FCE, to je $OE = OF = OC$. Pri tom je tačka O na simetrali duži CD, te je $OD = OC$. Konačno, $OE = OF = OC = OD$, tj. tačke C, D, E, F su na jednakom rastojanju od tačke O, pa pripadaju istoj kružnici.



VIII razred

I najveći i najduži put kreće se prvim korakom – samo hrabro!

1. Da li postoje brojevi x, y, z za koje je vrijednost izraza $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$ negativna?
2. Dat je pravougli trougao ABC, gdje je C tjeme pravog ugla, a D podnožje hipotenuzine visine. Neka su r, r_1 i r_2 , redom, poluprečnici krugova upisanih u trouglove ABC, ACD i BCD. Dokazati da je $r_1 + r_2 + r = CD$.

Rješenja:

1. Iz očigledne nejednakosti $(x - y)^2 \geq 0$ slijedi

$x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$, pri čemu jednakost važi samo u slučaju $x = y$.

Na isti način dobijamo i nejednakosti:

$$y^2 - 2yz + z^2 \geq 0 \text{ i } z^2 - 2xz + x^2 \geq 0.$$

Sabiranjem ove tri nejednakosti dobijamo:

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \geq 0.$$

Dakle, ne postoje brojevi x , y i z za koje je vrijednost datog izraza negativna.

2. Tačka D dijeli hipotenuzu AB na duži $BD = x$ i $AD = y$.

U svakom pravouglom trouglu poluprečnik kruga upisanog u trougao računa se po formuli $r = \frac{a+b-c}{2}$ (a, b – katete, c – hipotenuza).

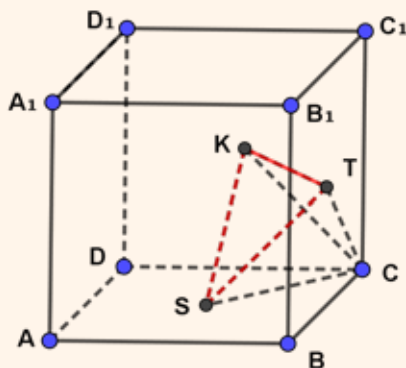
Primjenom ove formule na trouglove ABC, ACD i BCD dobija se:

$$\begin{aligned} r + r_1 + r_2 &= \frac{a + b - c}{2} + \frac{h + y - b}{2} + \frac{h + x - a}{2} \\ &= \frac{a + b - x - y + h + y - b + h + x - a}{2} = h = CD. \end{aligned}$$

IX razred

- Jedno tjeme kocke i centri triju strana kojima je to tjeme zajedničko, tjemena su trostrane piramide. Odrediti zapreminu piramide.
- U centru sobe su mačka i 10 miševa: 9 crnih (označenih brojevima 1 do 9) i jedan bijeli miš (označen brojem 10). Miševi trče u krug, stalno u istom smjeru, ne mijenjajući međusobni redosled (1, 2, 3, ..., 9, 10). Mačka lovi miševe jednog po jednog i svaki put kada ulovi jednog miša, propusti 4 sledeća, a petog ulovi. Ispostavilo se da je bijeli miš poslednji ulovljen. Koji je miš prvi ulovljen? Kada odrediš koji je miš prvi ulovljen, taj broj je dužina poluprečnika baze valjka, dok je visina valjka broj predzadnjeg ulovljenog miša iz rješenja prethodnog zadatka. Odrediti ugao koji gradi dijagonala osnog presjeka tog pravog valjka sa ravni baze.

Rješenja:



1. Posmatrajmo kocku $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ i piramidu čiji je vrh, recimo tjemena C . Bočne ivice piramide $CTKS$, koje polaze iz tjemena C (CT , CS i CK) jednake su polovini dijagonale strane kocke ($d = a\sqrt{2}$), odnosno, ivica je $b = a\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Osnovne ivice piramide ST , SK i TK , koje su nastale spajanjem centara dviju strana kocke su srednje linije trouglova (npr. u trouglu CAB_1 je TS srednja duž, pa je jednaka polovini dijagonale AB_1) što znači da su i one jednake polovini dijagonale strane kocke. Stoga je piramida $CTKS$ tetraedar stranice $b = a\frac{\sqrt{2}}{2}$, visine $H = \frac{b\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ i zapremine $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{b^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{b\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{12} \cdot (a\frac{\sqrt{2}}{2})^3\sqrt{2} = \frac{a^3}{24}$.

2. Pretpostavimo da je mačak prvo ulovio miša broj 1. Tada je redosled po kome lovi miševe: 1, 6, 2, 8, 5, 4, 7, 10, 3, 9, pa je poslednji pojedeni miš cm . Ako je prvi pojedeni miš broj 2, tada redosled izgleda ovako: 2, 7, 3, 9, 6, 5, 8, 1, 4, 10, a to znači da je poslednji pojedeni miš upravo bijeli. Jasno je da je to i jedini takav slučaj (dokazati). Dakle, prvi pojedeni miš je imao broj 2. Dalje, znači da je poluprečnik osnove valjka 2 cm , a visina 4 cm (broj predzadnjeg ulovljenog miša). Kako dijagonala osnog presjeka valjka sa prečnikom $R = 4\text{ cm}$ i visinom $H = 4\text{ cm}$ formira pravougli trougao i pošto su katete iste dužine, lako je zaključiti da je ugao 45° .

Vanja Đurđić-Kuzmanović, Milan Rosandić, Vladan Bošković,
JU OŠ „Oktoih“, Podgorica

Nagradni zadatak sa naslovne strane:

Odrediti cifre **A** i **B** i prirodan broj **N**, tako da važi jednakost.

PRIPREMA ZA ČAS

| | |
|-----------------------------------|---|
| Škola | OŠ „Dušan Bojović”, Nikšić |
| Predmet | Matematika |
| Razred | VI |
| Obrazovno – vaspitni ishod | <i>Učenik će moći da riješi jednostavnije tekstualne zadatke (riješi jednostavnije praktične probleme iz svakodnevnog života primjenjujući NZD i NZS)</i> |
| Nastavne metode | Monološka, dijaloška, demonstrativna |
| Oblici rada | Grupni rad, Frontalni rad |
| Nastavna sredstva | Nastavni listići, hamer papir |
| Nastavnik | Radojica Kovačević |

UVODNI DIO ČASA (10 min)

- Nastavnik raspoređuje učenike u grupe A, B, C, D, E;
- Provjerava da li su učenici razumjeli koji je njihov zadatak;
- Upoznaje učenike sa pravilima rada (prilog 1);
- Odgovara na pitanja koja postavljaju učenici.

GLAVNI DIO ČASA (30 min)

- Učenici dobijaju nastavni listić sa zadacima za svoju grupu i timski rade zadatke. Nastavnik nadgleda rad grupa, postavljanjem dodatnih pitanja pomaže pri rješavanju problema, odgovara na postavljena pitanja.
- Učenici kada riješe zadatke, ispisuju ih na hamer sa postukom rješavanja. Pišu što krupnije kako bi bilo vidljivo ostalim grupama kada budu prezentovali rad svoje grupe. (12 min)
- Vođe grupe prezentuju svoj rad pred tablom. Dok neka grupa prezentuje svoj rad ostale grupe zapisuju, komentarišu i traže pojašnjenja. (18 min)

Nastavni listići**Grupa A**

1. U radnju su stigle nove loptice za tenis i njihov broj je između 724 i 732. One su bile upakovane u kutije po 4 komada. Koliko je stiglo loptica? A koliko kutija?
2. Obim prednjeg točka traktora je 21 *dm*, a zadnjeg 33 *dm*. Odrediti najmanji put koji traktor mora da pređe da bi oba točka napravila cijeli broj obrtaja.

Grupa B

1. U svakoj kutiji upakovano je po 8 šnalica. Koliko je ukupno šnalica, a koliko kutija ako znamo da je ukupan broj šnalica veći od 948, a manji od 955?
2. Autobusi A i B kreću iz iste polazne stanice u 5 *h* i rade do 23 *h*. Voze različitim linijama. Prvom autobusu treba 50 minuta, a drugom 75 minuta da se vrati u polaznu stanicu. U koje vrijeme će autobusi A i B polaziti sa stanice u isto vrijeme tokom radnog dana?

Grupa C

1. U prodavnicu igračkaka su stigli klikeri i njihov broj je bio između 2000 i 2050. Oni su bili upakovani u kesice po 25 komada. Koliko je stiglo klikera? A koliko kesica?
2. Tri konopca dužine 96 *m*, 144 *m* i 180 *m* treba izrezati na jednake djelove. Kolika je najveća moguća dužina jednog takvog dijela? Koliko ima ukupno tih manjih djelova?

Grupa D

1. U knjižaru su stigle knjige, a njihov ukupan broj je bio veći od 3850, a manji od 3860. Knjige su dostavljene u kutijama po 9 komada. Koliko je stiglo knjiga, a koliko kutija?
2. U gajbi ima 240 jabuka, 280 krušaka i 320 banana. Koliki je najveći broj korpi koje se mogu napuniti tim voćem, tako da u svakoj bude jednak broj jabuka, krušaka, banana? Koliko ima jabuka, koliko krušaka, a koliko banana u jednoj korpi?

Grupa E

1. Učenici jedne škole pošli su na eskurziju autobusima u kojima je bilo po 25 učenika. Da li je na eskurziji moglo biti: a) 755, b) 850, c) 920 učenika?
2. Potrebno je 250 plavih, 350 crvenih i 400 žutih loptica upakovati u kutije, tako da u svakoj kutiji bude jednak broj plavih, crvenih i žutih loptica. Koji je najveći broj kutija u koje ih možemo upakovati? Koliko je plavih, koliko crvenih, a koliko žutih loptica u jednoj kutiji?

ZAVRŠNI DIO ČASA (5 min)

- Nastavnik zadaje učenicima domaći zadatak.

Prilog 1:**Pravila rada u grupi:**

1. Jedino vođa grupe može nastavniku postaviti pitanje.
2. Ne ometati druge grupe u radu.
3. Vođa bira ko će iz grupe prezentovati rezultate na tabli, ukoliko se grupa ne dogovori.
4. Učenik koji izađe pred tablu, sa sobom će ponijeti hamer sa ispisanim postupkom rješenja zadataka.
5. Ukoliko neka grupa završi prije isteka vremena predviđenog za izradu zadataka, dobija zadatke druge grupe.

Prilog 2: (rješenja zadataka)**Grupa A**

1. Broj loptica je 728, a broj kutija je 182.
2. Rješenje je $NZS(21, 33) = 231$. Najmanji put koji traktor treba da pređe je 231 dm .

Grupa B

1. Broj šnalica je 948, a broj kutija je 237.
2. Rješenje je $NZS(50, 75) = 150$. Za 150 minuta će autobusi polaziti sa stanice u isto vrijeme ili za $2h 30 \text{ min}$. Zajednički polasci sa autobuske su: 5 h ; $7:30$; 9 h ; $11:30$; 14 h ; $16:30$; 19 h i $21:30$.

Grupa C

1. Broj klikera je 1025, a broj kesica je 81.
2. Rješenje je $NZD(96, 144, 180) = 12$. Ukupno, manjih djelova je 12, a dužine tih djelova su 8, 12 i 15.

Grupa D

1. Ukupno ima 3852 knjiga, a broj kutija u kojima su stigle knjige je 428.
2. Rješenje je $NZD(240, 280, 320) = 4$. Broj korpi je 40. U jednoj korpi ima 6 jabuka, 7 krušaka i 8 banana.

Grupa E

1. Odgovor je pod b).
2. Rješenje je $NZD(250, 350, 400) = 50$. Broj kutija je 50. U jednoj kutiji ima 5 plavih, 7 crvenih i 8 žutih loptica.

ŽENE U MATEMATICI

(I dio)

Mnoge studije su pokazale da žene u STEM oblastima manje objavljuju, da su manje plaćene za svoja istraživanja i da ne napreduju u karijeri u odnosu na muškarce. Statistički gledano, manje od 30% svjetskih istraživača čine žene. Smatra se da su one žene koje su uspjele i bile izuzetak, u pretežno muškoj naučnoj zajednici kroz historiju, poticale iz imućnih porodica. Problem je bio i ostao u obrazovnom sistemu. Žene iz imućnih porodica imale su priliku da se školuju od kuće. Sve do 20. vijeka nije im bilo omogućeno da studiraju na univerzitetu. Pitanje je koliko žena - genijalki je ovako onemogućeno da iskažu svoj talenat?

Žene su osjetljive, pa treba da se bave umjetnošću, a muškarci racionalni, pa zaslužuju da se bave naukom. Ovo je velika zablude koja je u zapadnu civilizaciju došla pod uticajem Aristotela koji je vjerovao da su žene podložne muškarcima. Za razliku od njega, Platon je bio otvoren za potencijalnu jednakost muškaraca i žena, navodeći da žene nijesu jednake muškarcima u pogledu snage i vrline, već su jednake muškarcima u smislu racionalnih i profesionalnih sposobnosti. Izvori kažu da je i sam Pitagora bio neobično napredan u svojim stavovima prema ženama, od 235 poznatih članova Pitagorine škole (Pitagorejaca), 17 su bile žene. Najpoznatija je Teano, za koju se smatra da je bila Pitagorina žena. Za Teano se kaže da je prva poznata matematičarka. Na osnovu sačuvanih radova, vjeruje se da je radila na *Zlatnom rezu* i *Zlatnom pravougaoniku*.



Teano

Kažu da je među pitagorejcima bilo mnogo žena. Svi su živjeli u jednoj zajednici i sve objavljivali pod Pitagorinim imenom, tako da je teško odrediti autora. Negdje u 5. vijeku p.n.e. u Grčkoj je živjela Teano, Pitagorina žena. S dvije kćerke je održavala pitagorejsku školu nakon Pitagorine smrti. Pisala je rasprave o matematici, fizici, medicini i dječijoj psihologiji. Smatra se da joj je najvažnije djelo Princip zlatne sredine.



Hipatija (370 – 415 p.n.e.).

Prva žena za koju se sa sigurnošću može reći da je dala važan doprinos razvoju matematike bila je Hipatija. Njen otac Teon slovio je za najuččenijeg čovjeka tog doba. Bio je poznat kao naučnik i profesor matematike na univerzitetu u Aleksandriji. Kako je odrastala, sve više se zanimala za matematiku i astronomiju. Uz Teonovu pomoć, postala je i vrsna govornica. Ljudi su dolazili iz drugih gradova da je slušaju i uče od nje. Mnogi historičari prepoznaju Hipatiju ne samo kao matematičarku i naučnicu, nego i kao filozofa i ženu velikog znanja. Napisala je komentare na poznata djela: Diofantovu *Aritmetiku* i Apolonijeve *Kupine presjeke*. Najpoznatiji je njen rad o konusnim presjecima (presjeci kupe i ravni). Takav koncept doveo je do ideje o hiperbolama, parabolama i elipsama.



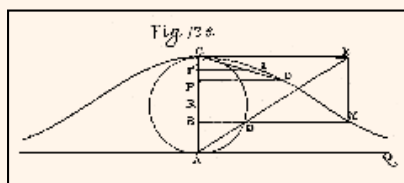
Emilie du Chatelet (1706 – 1749)

Ova francuska fizičarka i matematičarka živjela je i radila u razdoblju prosvjetiteljstva. Iako je živjela u vremenu kada ženama nijesu bila otvorena vrata visokog obrazovanja, završila je studije i učestvovala u naučnim diskusijama svog vremena. Godine 1740. objavila je knjigu o filozofiji i nauci *Institutions de Physique*, a kasnije je prevela i komentarisala Njutnovno djelo *Principia Mathematica*, što joj je najpoznatiji prevod. Ona je bila prva žena čiji je naučni rad objavila pariška Akademija.



Maria Agnesi (1718 – 1799)

Italijanska matematičarka, filozofkinja i teološkinja, Maria Gaetana Agnesi, prva je žena koja je imenovana profesoricom na jednom univerzitetu i prva žena autorka jednog matematičkog priručnika. Najpoznatije joj je djelo *Osnove analize za upotrebu italijanskoj omladini*, što je prva knjiga koja raspravlja i o diferencijalnom i integralnom računu. Maria Gaetana Agnesi je najpoznatija po krivoj koja se zove „Vještica iz Agnezije”, krivoj koja je u obliku zvona.





Marie Sophie Germain

(1726 – 1821)

Bila je žena srednje klase koja je protivno željama svojih roditelja i socijalnim predrasudama postala poznata matematičarka. Prošlo je dosta vremena dok se njena matematička dostignuća nijesu počela cijeniti. Čini se da joj se čak ni danas ne daje dovoljno priznanja za doprinose u teoriji brojeva i matematičkoj fizici, samo zato što je žena. Njeno zanimanje za matematiku počelo je tokom Francuske revolucije, kada je imala 13 godina. Većinu vremena provodila je u očevoj knjižari, gdje je jednog dana naišla na knjigu u kojoj je opisana legenda o Arhimedu - legenda koja govori o tome kako je tokom opsade njegovog grada Arhimed bio toliko zamišljen nad svojim crtežom u pijesku da je zaboravio odgovoriti na pitanje rimskog vojnika, što ga je koštalo života. Ako je neko toliko zamišljen nad nekim problemom da ignoriše pitanje vojnika i zato umre, tada taj problem mora biti zanimljiv, mislila je. Nakon toga je počela svoje studije matematike. Na početku je učila matematiku iz knjiga iz očeve knjižare. Njeni roditelji smatrali su kako je to neprikladno za ženu i činili su sve kako bi je odvratili od toga. Roditelji su napokon shvatili koliko je jaka njena strast za matematikom, pa su joj dopustili učenje. Kada je Sophie imala 18 godina, u Parizu je otvorena *Ecole Polytechnique*, ali je ženama bilo zabranjeno pohađanje. Sophie je ipak uspjela nabaviti neke zabilješke iz kojih je onda učila. Tako je bila u mogućnosti učiti od najuspješnijih matematičara onog vremena. Najviše ju je zanimalo rad J. L. Lagranža. Na kraju semestra je, pod pseudonimom M. LeBlanc, predala svoje bilješke Lagranžu. On je bio oduševljen i htio je upoznati studenta koji je to napisao. Jako se iznenadio kada je shvatio da je riječ o ženi, ali prepoznao je njene mogućnosti i postao joj mentor. Nakon toga ušla je u krug naučnika i matematičara. Društvo je prihvatilo da se žena iz aristokratskih krugova bavi naukom i matematikom, no Sophie je bila iz srednjeg staleža pa se to na nju nije odnosilo. Godine 1804. počela se dopisivati s njemačkim matematičarom Karlom Fridrihom Gausom. Zanimao ju je njegov rad iz teorije brojeva pa mu je poslala neka svoja rješenja, takođe pod pseudonimom da bi prikrija svoj identitet. Sve do 1807. Gaus nije znao ko je zapravo M. LeBlanc. Bio je jako iznenađen kad je shvatio da je to žena. Njen rad o teoriji elastičnosti pokazao se vrlo važnim, a nagrada Akademije ju je svrstala među najbolje matematičare onog vremena.



Augusta Ada Byron King (1815 – 1852)

Engleska matematičarka Augusta Ada Bajron King, Countess of Lovelace priznata je i poznata kao prva kompjuterska programerka. Naime, za vrijeme saradnje sa Charlesom Babbageom, „ocem kompjutera“, koji je svojom analitičkom mašinom postavio prve temelje informatike, Ada je opisala metodu računanja niza Bernulijevih brojeva. To je prvi kompjuterski program uopšte. Njoj u čast nazvan je programski jezik Ada. Njen otac bio je poznati pjesnik Lord Bajron.



Florence Nightingale (1820 – 1910)

Florens Najtingejl bila je engleski socijalni reformator, statističar i osnivač moderne obuke i teorije medicinskih sestara. Ona je značajno smanjila stopu smrtnosti tokom Krimskog rata poboljšanjem higijene i životnog standarda. Međunarodni dan medicinskih sestara obilježava se na njen rodendan.

Nightingale je bila pionir u statistici. Predstavila je svoju analizu u grafičkim oblicima kako bi olakšala izvlačenje zaključaka i aktivnosti iz podataka. Poznata je po korišćenju dijagrama polarnog područja, koji se naziva i dijagram slavujeve ruže, što je ekvivalentno modernom kružnom histogramu. Ovaj dijagram se još uvijek redovno koristi u vizuelizaciji podataka.



Mary Everest Boole (1832– 1916)

Meri Everest Bul bila je samouka matematičarka koja je najpoznatija kao autor didaktičkih radova iz matematike, kao što su *Filozofija* i *Zabava algebre*, i kao supruga kolege matematičara Džordža Bula. Njene progresivne ideje o obrazovanju, izložene u *Pripremi djeteta za nauku*, uključivale su podsticanje djece da istražuju matematiku kroz aktivnosti kao što je šivenje krivih uz upotrebu karata za šivenje, koje je kao dijete otkrila kao vid zabave.

Vjerovala je da se svi temeljni pojmovi u svemiru mogu izraziti pomoću brojeva i simbola. Njen život je interesantan za feministkinje kao primjer kako su žene napravile karijeru u akademskim krugovima.



Sofia Vasilyevna Kovalevskaya (1850 – 1891)

Još jedna poznata matematičarka bila je Sofija Vasiljevna Kovalevska. Njene matematičke sposobnosti pokazale su se kada je imala 13 godina. Porodica se preselila iz Sankt Peterburga na seosko imanje, a kako nije bilo dovoljno tapeta za zidove, na zidove njene sobe lijepili su lekcije Ostrogradskog, koje je njen otac predavao u mladosti. Vremenom je počela da shvata šta je na zidu. Njen ujak Pjotr Vasiljevič Krukovski, takođe je zaslužan za njeno interesovanje za matematiku. Toliko je voljela matematiku, da je sve ostalo zanemarila. Voljela je da putuje, a da bi otputovala u inostranstvo morala je da se uda. Udala se za Vladimira Kovalevskog sa 18 godina i otputovala s njim u Njemačku. Prvo je upisala Univerzitet u Hajdelbergu, a zatim je otišla u Berlin, gdje joj je predavao Vajerštras. Poslije četiri godine rada sa Vajerštrasom, Univerzitet u Getingenu dodijelio joj je doktorat *summa cum laude*. Vratila se u Sankt Peterburg, ali tamo nije mogla ništa da postigne jer je žensko odjeljenje za nauku zatvoreno. Krajem 1883. Gosta Mittag-Leffler, koji je takođe bio student Vajerštrasa, pozvao ju je u Stokholm, gdje je dobila posao docenta, a ubrzo i profesora na univerzitetu. Bila je urednica matematičkog časopisa *Acta Mathematica*, koji je i danas jedan od najprestižnijih matematičkih časopisa u svijetu. Bavila se ozbiljnim naučnim studijama, ali je pisala i romane, pjesme, drame. Mnogima je njena sklonost poeziji i matematici bila neobična. Ali, ona je to objasnila riječima: „Ne možeš biti matematičar ako nijesi istovremeno i pjesnik“. Njen najvažniji naučni rad bio je potpuno rješenje problema rotacije krutog tijela oko nepokretne tačke. Za ovo djelo je, 1886. godine nagrađena nagradom Prik Bordin, Francuske akademije nauka. Bavila se sa uspjehom diferencijalnim i parcijalnim jednačinama.

Nastavak u sljedećem broju...

**Aleksandra-Ana Popović Vuković,
JU „Srednja mješovita škola”, Golubovci**

NOVA ŠKOLA U PODGORICI

Kompanija Bemax i porodica Ubović završili su i predali na korišćenje novu osnovnu školu u Tološima u Podgorici čime su još jednom pokazali da su društveno - odgovorni. Ministarstvo prosvjete Crne Gore je saopštilo da je naziv nove škole **Javna ustanova Osnovna škola „Novka Ubović”**. Škola je dobila ime po uglednoj nastavnici matematike, koja je cijeli svoj radni vijek provela u jednoj školi - OŠ „Savo Pejanović” u Podgorici, gdje je 40 godina prenosila matematička znanja brojnim generacijama učenika.

Škola je projektovana za 1 200 učenika, a u njoj je 15 matičnih, 5 predmetnih, dvije učionice za informatiku i 5 specijalizovanih učionica sa pripadajućim kabinetima. Ugrađena je najsavremenija termotehnička, elektro i druga instalaciona oprema a škola posjeduje i lift i toalete za osobe smanjene



pokretljivosti. Fiskulturna sala predviđena je za odigravanje rukometnih, košarkaških i odbojkaških utakmica, a kapacitet tribina je 494 mjesta. Na krovu fiskulturne sale urađeno je igralište, a u krugu škole izgrađena su i dva sportska terena i trim staze. U krugu škole postavljen je i urbani mobilijar, klupe i česme. Sačuvana su višedecenijska stabla borova, a prostor je dodatno oplemenjen novim sadnicama sa ugrađenim sistemom za navodnjavanje.

Donacija vrijedna 7 miliona eura, kompanije Bemax i porodice Ubović je u znak sjećanja na istaknutu profesoricu matematike Novku Ubović, dobitnicu najvećih priznanja u oblasti obrazovanja: nagrada „Oktoih”, „Iskra”, plakete pokreta „Nauku mladima”. Novki je posthumno dodijeljeno najveće priznanje Glavnog grada, nagrada „19. decembar”, za zapažene rezultate u oblasti prosvjete, obrazovanja i vaspitanja generacija učenika Podgorice. Za zaslu-



ge u radu našla se i u dvijema najznačajnijim crnogorskim monografijama o prosvjetnim radnicima - *Ličnosti crnogorske prosvjete* i *Dobitnici nagrade Oktoih*.

Novka Ubović rođena je 1938. godine u Zagredi, nedaleko od Danilovgrada, kao treće po redu od devetoro djece. Kad joj je bilo pet godina porodica se preselila u Markovinu nedaleko od Čeva. Novka je ostala da živi u Zagredi kod majčinih roditelja, gdje je završila četiri razreda osnovne škole, a preostala četiri u Danilovgradu. Teško joj je padalo svakodnevno pješačenje a posebno povratak iz Danilovgrada do Zagrede. U Titogradu je učila Gimnaziju, a zatim je u Splitu, upisala trogodišnju Višu pedagošku školu. Da bi obezbijedila kakvu – takvu egzistenciju, morala je da se bavi raznim poslovima, jer na značajniju pomoć od roditelja nije mogla računati, budući da je pored nje trebalo školovati još osmoro djece. Najviše su joj pomagali iz Splitskog narodnog kazališta gdje su je angažovali da radi na ulazu, u garderobi i sali kao i da pomaže na pripremanju i održavanju odjeće za glumce i balerine. Tom prilikom naučila je da i sama ponešto sašije i za glumce i za sebe.

Novka Ubović je bila tačna i odgovorna, sa veoma kvalitetnom komunikacijom sa svojim učenicima, njihovim roditeljima i svim kolegama. Na znak školskog zvonca bila je prva u učionici, a čas je precizno matematički koristila do posljednje sekunde na prikladan način, kako bi matematika učenicima bila interesantna i zabavna. Sa čitkim i urednim pripremanjima koleginica Ubović je bila, a i danas je, primjer mnogim svojim kolegama. Posebno se isticala u dodatnom radu sa talentovanim matematičarima sa kojima je osvojila brojne na-



grade na takmičenjima, ali nije zapostavljala ni one kojima je matematika slabije „išla”. Bila je humana te je učenike pripremala kući bez ikakve nadoknade, a znala je da pomogne i socijalno ugrožene učenike. Svojim učenicima bila je i prijatelj koji te savjetuje da lijepo govoriš, pišeš, učiš, a i roditelj koji ti ukazuje važnost vaspitanja, pokazuje kako da budeš odgovoran, vrijedan, da poštuješ druge. Tačnost i odgovornost, te rad bez dana bolovanja, a od inspekcija uvijek najbolje ocjene, glavne su odlike Novkinog višedecenijskog rada u školi na koje bi tre-

balo da se ugledaju mladi nastavnici.

Znala je da zaduži najbolje učenike da sastave zadatke za drugove iz odjeljenja koji su odgovarali za dvojku. Vjerovala je u mlade ljude od kojih je tražila da razmišljaju. Najkomplicovanije stvari objašnjavala je na najjednostavniji način, a od učenika je zahtijevala kontinuiran rad. Tokom priprema za takmičenje iz matematike, po riječima njenih matematičkih prvaka, Novka je kupovala čokoladu i banane, jer su po njoj, bile dobre za koncentraciju. Od svih učenika je izvlačila maksimum, naročito u dijelu da sami postepeno dođu do rješenja na tabli.

Novka je po svemu imala poseban odnos sa učenicima, zahvaljujući isključivo predanom radu. Njeni savjeti pronalazili su mjesto u raznim životnim segmentima njenih učenika, a isticao se naročito savjet da će matematika itekako trebati u životu. Od svih je zahtijevala posvećenost učenju i obrazovanju i davala maksimum da pripremi učenike za nastavak školovanja.

Za kraj ovog teksta evo kako su učenici osmog razreda pisali svojoj omiljenoj nastavnici matematike – Novki Ubović.

„Draga naša nastavnice na kvadrat i razredna na kub! Volimo Vas kao kvadratnu jednačinu sa dvije nepoznate! Vi ste Pitagorina teorema naših života i naših srca. A kad se rastanemo, bićemo udaljeni od Vas kao periferni ugao od centra. Po cio dan ćemo vršiti zamišljenu rotaciju oko vas. Vaše srce ćemo uvijek izvlačiti pred zgradu. A sjećanje na ljubav koju ste nam poklanjali stalno će nas dizati na kvadrat. I ne pomišljajte da nekome od nas ostavite nedovoljnu ocjenu iz matematike, jer bi Vas, u tom slučaju, rastavili na proste činioce!

Vaše VIII₄ dignuto na kub, gledano iz kose projekcije.”

DONACIJE UNMCG

(nastavak projekta „Matematika +“)

Udruženje nastavnika matematike je na konkursu „Darovit/a sam - podržite me“ prošle školske godine dobilo sredstva i odobrenje od Ministarstva prosvjete Crne Gore da u Podgorici, Beranama, Bijelom Polju i Nikšiću realizuje projekat „Matematika +“, koji je namijenjen nadarenim matematičarima iz osnovnih škola.

Prvi dio projekta je realizovan u vidu 10 radionica u periodu od februara do juna 2022. godine, a drugi dio projekta predviđen je za prvo polugodište ove školske godine. Biće organizovano još 10 radionica po 90 minuta i to u Podgorici za učenike VI, VII, VIII i IX razreda, a u Beranama, Bijelom Polju i Nikšiću za VI i IX razred.

Pozivamo talentovane učenike osnovnih škola iz navedenih opština da se prijave svojim nastavnicima matematike za učešće u projektu „Matematika +“. Predavanja će držati profesori matematike koji su članovi našeg Udruženja. Radionice za učenike su besplatne, a svako dijete će dobiti po



Sastanak u OŠ „Dušan Korać“ u Bijelom Polju



Sastanak u OŠ „Vuk Karadžić” u Beranama



Donacija u Bijelom Polju

uručili predsjednik UNMCG Radomir Božović i članica Upravnog odbora Danijela Jovanović, koji su tom prilikom razgovarali sa profesorima matematike u tim gradovima o radu Udruženja i o nastavi matematike uopšte.

2 besplatna primjerka Dijagonale. Kolege iz navedenih gradova mogu prijaviti svoje talentovane učenike za nove radionice, putem maila UNMCG.

UNMCG je dalo donacije u vrijednosti od po 400 eura školama u kojima su se održavale radionice za projekat “Matematike +” i to osnovnim školama „Radojica Perović” u Podgorici i „Milija Nikčević” u Nikšiću novčane donacije, „Dušan Korać” u Bijelom Polju laptop a „Vuk Karadžić” u Beranama kompjuter i štampač.



Donacija u Beranama

**SPISAK PRVIH 5 UČENIKA KOJI SU TAČNO RIJEŠILI NAGRADNI ZADATAK
SA NASLOVNE STRANE IZ PROŠLOG BROJA DIJAGONALE:**

1. Anja Rajović, učenica VIII-3, JU OŠ „Milan Vukotić” – Golubovci
2. Strahinja Terzić, učenik VIII-5, JU OŠ „Vlado Milić” – Podgorica
3. Jakov Raičević, učenik VI razreda, JU OŠ „Milorad Musa Burzan” – Podgorica
4. Tamara Kovačević, učenica VIII-6, JU OŠ „Radojica Perović” – Podgorica
5. Sara Radovanović, učenica VII-1, JU OŠ „Marko Miljanov” – Bijelo Polje

Redakcija časopisa sve njih nagrađuje besplatnim primjerkom nove Dijagonale.

Štampanje ovog broja pomogli su:



DOMEN d.o.o.
PODGORICA



Imate prijatelje!
MTEL d.o.o. – PODGORICA



BEMAX

BEMAX d.o.o.
PODGORICA

HVALA NAŠIM PRIJATELJIMA!

Uredništvo poziva nastavnike, učenike i sve čitaoce da nam šalju priloge za list: članke, odabrane zadatke, zanimljivosti, priloge za zabavnu matematiku itd.

Dio tiraža ovog broja „Dijagonale” će biti besplatno podijeljen svim bibliotekama osnovnih škola u Crnoj Gori.

Ovaj broj se može kupiti u „**Gradskoj knjižari**” i „**Narodnoj knjizi**”.

Sve informacije o pretplati i porudžbini ovog i narednih brojeva možete naći na sajtu Udruženja. Narudžbe slati putem mejla.

Broj žiro računa UNMCG je **510-206991-61** kod CKB banke.

Adresa redakcije je: Ul. Gojka Berkuljana br. 20, Podgorica.

Mejl: udruznastmatem@gmail.com

www.unmcg.wordpress.com

CIP - Каталогизација у публикацији
Национална библиотека Црне Горе, Цетиње

ISSN 2536-5851 = Dijagonala
COBISS.CG-ID 36769808

ISSN 2536-5851



9 772536 585009 >