



Udruženje nastavnika matematike Crne Gore

# Dijagonala

Matematički list za učenike osnovnih škola Cijena 1,50 €

Nagradni zadatak:

$$\overline{abcd} \cdot 9 = \overline{dcba}$$

BROJ 16 - GODINA 2022.

# Udruženje nastavnika matematike Crne Gore

Matematički list za učenike osnovnih škola – „Dijagonala“, broj 16

Godina 2022.

Cijena: 1,50 €

Glavni urednik:	<i>mr Radimir Božović</i>
Odgovorni urednik:	<i>Danijela Jovanović</i>
Redakcija:	<i>Prof. dr Žarko Pavićević, Prof. dr Radoje Šćepanović, Miodrag Lalić, Prof. dr Milenko Mosurović, Snežana Irić, Aleksandra Vuković, Vanja Đurđić Kuzmanović, Irena Pavićević, Nevena Ljujić</i>
Lektura:	<i>Milja Božović, prof.</i>
Korektura:	<i>Danijela Jovanović, prof.</i>
Priprema za štampu:	<i>Branko Gazdić</i>
Tiraž:	<i>1000</i>
Štampa:	<i>„Studio Branko“ d.o.o. – Podgorica</i>

Zavod za školstvo je odlukom broj 01 – 1214/2 od 03.09.2018. godine preporučio časopis „Dijagonala“ za korišćenje u osnovnim školama kao pomoćno nastavno sredstvo.

## Sadržaj

Budi mađioničar - matematički trikovi .....	<b>3</b>
Sortiranje .....	<b>7</b>
Zadaci za vježbu .....	<b>11</b>
Odabrani zadaci .....	<b>20</b>
Takmičarski zadaci .....	<b>22</b>
Rješenja takmičarskih zadataka iz prošlog broja .....	<b>23</b>
Priprema za čas .....	<b>27</b>
Matematika Maja .....	<b>30</b>
Matematika + .....	<b>33</b>
Dan broja $\pi$ .....	<b>35</b>

# BUDI MAĐIONIČAR - MATEMATIČKI TRIKOVİ

Matematički trikovi (fokusi) su eksperimenti zasnovani na matematici, tačnije na svojstvima brojeva i figura. U pozadini svakog takvog trika leži matematička zakonitost. Onaj koji izvodi fokus, obično, uzima nekog od gledalaca i zajedno sa njime izvodi radnje predviđene u fokusu. Među mađioničarima postoji nepisano pravilo da se ne otkriva pozadina trika, tj. način kako su došli do rezultata. Mi se ovog pravila nećemo držati, već ćemo za svaki od navedenih trikova navesti matematička pravila zbog čega je tako kao što je u triku. Nadam se da će ovaj članak zainteresovati neke učenike/ce da zavole matematiku i osjete svu njenu ljepotu. Pa da krenemo sa trikovima.

## 1. Pogodi precrtanu cifru

Neka neko od gledalaca zamisli proizvoljan prirodni broj (na primjer, 782). Predložite da nađe zbir cifara zamišljenog broja ( $7 + 8 + 2 = 17$ ) i oduzme ovaj zbir od zamišljenog broja ( $782 - 17 = 765$ ). Zatim, neka u dobijenom rezultatu precrta bilo koju cifru i vama saopšti preostale cifre. Neka je, na primjer, u konkretnom slučaju, precrtao cifru 5, a vama saopštio cifre 7 i 6. Vi možete brzo odgovoriti koja je cifra precrtana: 5. Precrtana je cifra, koja zajedno sa zbirom, vama saopštenim ciframa, čini u zbiru, najbliži broj koji je djeljiv sa 9. U konkretnom slučaju bila je precrtana cifra 5, jer je broj  $7 + 6 + 5 = 18$  najbliži broj djeljiv sa 9.

Objašnjenje: Ovdje se koristi činjenica: ako se od proizvoljnog prirodnog broja oduzme zbir njegovih cifara dobija se broj djeljiv sa 9. Evo dokaza za trocifrene brojeve  $\overline{abc}$ :

$$\overline{abc} - (a + b + c) = 100a + 10b + c - (a + b + c) = 9 \cdot (11a + b).$$

Podsjetimo: broj je djeljiv sa 9 ako i samo ako je zbir njegovih cifara djeljiv sa 9. Sličan je dokaz i u opštem slučaju. U slučaju da je zbir vama saopštenih cifara djeljiv sa 9 (na primjer 2 i 7), tada je precrtana cifra ili 0 ili 9. Vaš odgovor treba da bude: 0 ili 9.

## 2. Voljena cifra

Neka gledalac zamisli jednu cifu, nazovimo je voljena cifra. Zatim mu kažite da broj 15873 pomnoži voljenom cifrom i brojem 7. Možete

kazati da je rezultat množenja: šestocifren broj zapisam voljenom cifrom. Postoji još jedna varijanta: ako broj 12345679 pomnoži voljenom cifrom i brojem 9, dobija se devetocifreni broj zapisan samo voljenom cifrom.

Primjer: Ako je voljena cifra, na primjer 6, tada se množi sa  $42 = 6 \cdot 7$ , a dobija se broj 666666. U drugom slučaju ako je voljena cifra, na primjer 8, množi se sa  $72 = 8 \cdot 9$ , a dobija se broj 88888888.

Objašnjene:  $c$  - voljena cifra.

$$15873 \cdot 7 = 111111, \quad 15873 \cdot 7 \cdot c = ccccccc;$$

$$12345679 \cdot 9 = 111111111,$$

$$12345679 \cdot 9 \cdot c = ccccccccc.$$

### 3. Pogodi koliko godina imam

Kažite gledaocu da broj svojih godina pomnoži sa 10, a zatim proizvoljni jednocifreni broj pomnoži sa 9, poslije čega da vam saopšti razliku između prvog i drugog proizvoda. Vi sada možete kazati koliko gledalac ima godina: u dobijenoj razlici cifru jedinica sabrati sa brojem njenih desetica. Primjer: Neka gledalac ima 39 godina:

$$39 \cdot 10 - 9 \cdot 3 = 363, \quad 3 + 36 = 39.$$

Objašnjenje: Neka gledalac ima  $n$  godina i neka je  $n < 100$ . Označimo sa  $c$  proizvoljan jednocifren broj. Tada je  $n = 10a + b$ , gdje su  $a$  i  $b$  cifre:  $10 \cdot n - 9c = 10 \cdot (10a + b) - 9c = 10(10a + b - c) + c$ . Broj jedinica u ovoj razlici je  $c$ , a broj desetica  $10a + b - c$ . U zbiru dobijamo  $10a + b$ , što i jeste broj godina gledaoca.

### 4. Pogodi zamišljeni broj

Neka gledalac zamisli jednocifreni broj od 1 do 9, zatim tom broju sa desne strane dopiše 11, i tako dobijeni broj pomnoži sa 9 i saopšti samo prvu cifru rezultata. Možete odmah kazati zamišljeni broj: ako je saopštena cifra manja od 9, nju uvećati za 1; a ako je 9 tada je zamišljeni broj 1. Primjer: Zamišljen je broj 7:  $711 \cdot 9 = 6399$ ,  $6 + 1 = 7$ .

Objašnjenje: Neka je zamišljen broj  $c$ :  $\overline{c11} \cdot 9 = 9c \cdot 100 + 99$ . Cifra hiljada je  $c - 1$ , a uvećana za 1 je broj  $c$ . U slučaju  $c = 1$  dobija se trocifren broj, a kod njega je cifra hiljada jednaka 0.

### 5. Tajna broja 9

Postoji mnogo trikova povezanih sa brojem 9. Na primjer, neka je zamišljen trocifreni broj kod kojeg je razlika između krajnjih cifara

veća od 1. Napišimo broj zapisan obrnutim ciframa zamišljenog broja i oduzmimo manji od većeg od ta dva broja. U rezultatu se dobija broj u čijoj je sredini cifra 9, a zbir krajnjih cifara je 9. Ovo znači, ako znate jednu krajnju cifru razlike možete odgovoriti kolika je ta razlika. Ako se napiše razlika u obrnutom poretku i ta dva broja saberu (razlika i obrnuta razlika) uvijek se dobija broj 1089. Primjer:  $178, 871, 871 - 178 = 693, 693 + 396 = 1089$ . Jedan od popularnih trikova je da se unaprijed na papiru napiše broj 1089, papir se postavi na sto (da se broj ne vidi), poslije čega se obavlja niz opisanih radnji i gledalac objavljuje završni rezultat. Vi tada uzmete papir sa stola i sa njega pročitate 6801, zatim se izvinite, jer niste uzeli papir pravilno, okrenite ga za  $180^\circ$  i pokažite tačan broj: 1089.

Objašnjenje.  $\overline{abc}$  ( $a - c > 1$  ili  $c - a > 1$ ):  $\overline{abc} - \overline{cba} =$

$100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99(a - c)$ . Ako je  $c - a = 2$ , tada je

$\overline{abc} - \overline{cba} = 198$ . Slično se dobija i ako je  $c - a = 3, 4, \dots, 9$ .

Razmotrimo zbir  $\overline{a9b} + \overline{b9a}$ , pri čemu je  $a + b = 9$ :  $\overline{a9b} + \overline{b9a} =$

$100(a + b) + 180 + (a + b) = 900 + 180 + 9 = 1089$ .

## 6. Pogodi datum rođenja

Izabrali gledaoca i zamoliti ga da:

- dan rođenja pomnoži sa 2,
- dobijenom broju doda 5,
- dobijeni rezultat pomnoži sa 50,
- dobijenom broju doda broj mjeseca u kojem se rodio.

Zatražite od gledaoca da saopšti koji je broj dobio. Od rezultata oduzmite 250 i to je sve. Dobija se broj zapisan sa 3 ili 4 cifre. Prve dvije cifre (ako je rezultat četvorocifren) ili prva (ako je rezultat trocifren) su dan rođenja, a dvije posljednje cifre – mjesec rođenja.

Primjer: Neka je gledalac rođen 26. avgusta:

$$((26 \cdot 2 + 5) \cdot 50 + 8) - 250 = 2608.$$

Objašnjenje:

Neka je datum rođenja:  $\overline{ab}.\overline{cd}$  ( $\overline{ab}$  – dan,  $\overline{cd}$  – mjesec):

$$\left( (\overline{ab} \cdot 2 + 5) \cdot 50 + \overline{cd} \right) - 250 = \left( ((10a + b) \cdot 2 + 5) \cdot 50 + 10c + d \right) - 250 =$$

$$1000a + 100b + 10c + d = \overline{abcd}.$$

## 7. Brzo nalaženje kubnog korijena

Neka gledalac izabere bilo koji broj od 1 do 100, izračuna njegov kub i javno saopšti rezultat. Poslije toga vi možete brzo kazati koliki je kubni korijen iz toga broja.

Objašnjenje. Za odgovor je potrebno znati kubove brojeva od 1 do 10:

$$1^3 = 1, 2^3 = 8, 3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125, 6^3 = 216, 7^3 = 343, 8^3 = 512, 9^3 = 729 \text{ i } 10^3 = 1000.$$

Uočite da se svi kubovi završavaju različitim ciframa, pri čemu, u svim slučajevima, izuzev 2 i 3, a takođe 7 i 8, poslednja cifra kuba se završava brojem čiji se kub izračunava. U ova 4 izuzetka poslednja cifra kuba jednaka je razlici između 10 i cifre kojom se završava kub broja.

Primjer: Neka je gledalac izračunao kub nekog broja i dobio:

a) 531441, b) 50653.

a) Kako je poslednja cifra rezultata 1, to se traženi broj završava cifrom 1. Nađimo prvu cifru traženog broja. Zanimarimo zadnje tri cifre kuba (nezavisno od broja cifara) i uočimo cifre koje se nalaze ispred njih. U našem slučaju radi se o broju 531. U tablici kubova ovaj broj se nalazi između kubova brojeva 8 i 9, manji od njih je 8, pa je traženi broj 81.

b) Kako je poslednja cifra 3, to se traženi broj završava cifrom 7 ( $10 - 3 = 7$ ). Odbacimo zadnje tri cifre kuba i razmotrimo cifre koje se nalaze ispred ovih cifara. U konkretnom slučaju to je broj 50. Broj 50 se, u tablici kubova, nalazi između kubova brojeva 3 i 4. Manji od ova dva broja je 3, pa je prva cifra broj 3, tj. radi se o broju 37.

**Napomena:** Pomalo neočekivano, za nalaženje korijena iz cijelih brojeva većeg stepena od tri, postoje prostija pravila, na primjer, za izračunavanje petog korijena, zato što se svaki broj i njegov peti stepen završavaju istom cifrom.

Mozak ne prihvata ništa tako lako  
kao geometrijske figure.

Rene Dekart

# Dr Goran Šuković

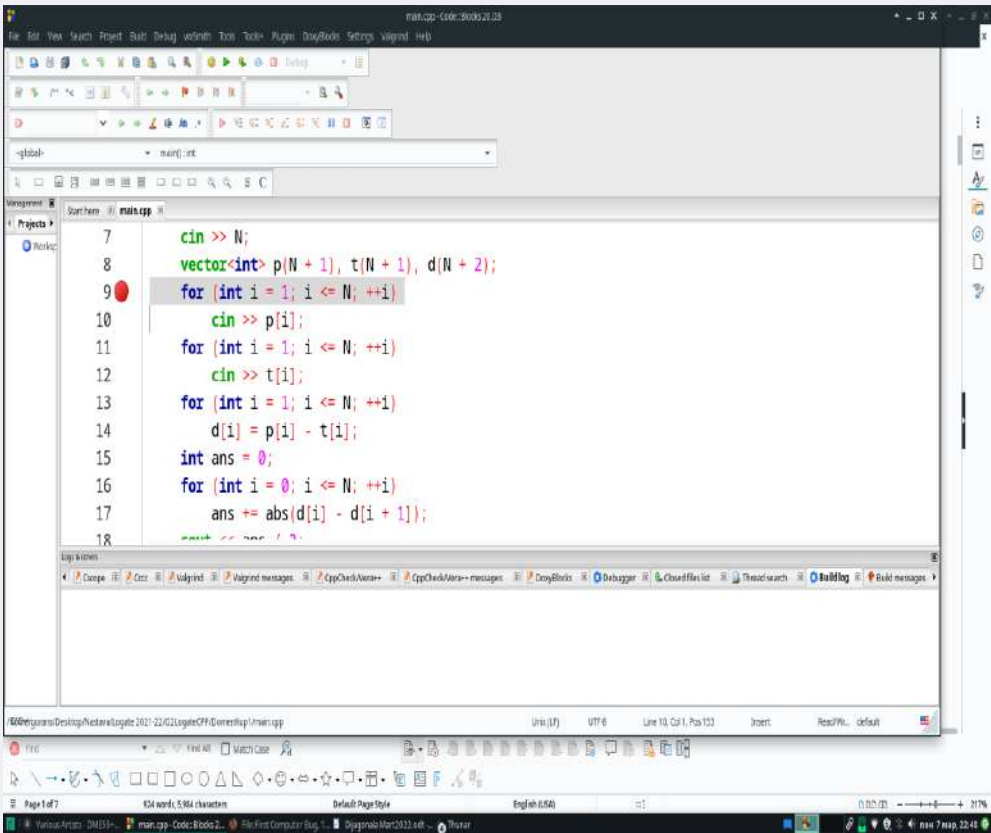
## SORTIRANJE

U ovoj lekciji naučićete kako se koristi programsko okruženje Code::Blocks za ispitivanje programa i otklanjanje mogućih grešaka. Taj proces se još naziva i dibagovanje, od engleske riječi debug. Taj pojam je ušao u upotrebu 1945. godine, kada je grešku u elektronskim cijevima računara izazvala buba (engl. bug). Na slici možete vidjeti tu “čuvenu” bubu.



Program ne morate izvršavati odjednom, već je moguće zaustaviti izvršavanje na bilo kojoj njegovoj naredbi. Takvo mjesto se zove tačka prekida (engl. breakpoint) i u okruženju Code::Blocks označeno je crvenim krugom, kao na slici.

## 8 Dijagonala



Prekidne tačke nam omogućuju da prekinemo izvršavanje programa na određenim mjestima tokom ispravljanja programa.

Prvo je neophodno da se pozicioniramo na liniju u programu u kojoj želimo postaviti prekidnu tačku. Postoji nekoliko načina da postavimo prekidne tačke u razvojnom okruženju Code::Blocks.

1. Možemo izabrati Debug → Toggle Breakpoint,
2. ili desnim klikom miša unutar editora, a potom izaberimo Toggle Breakpoint,
3. ili kliknimo u sivi prostor između kôda i rednog broja linije, i
4. pritisnimo taster F5.

Isti redosljed akcija deaktivira prekidnu tačku na datoj poziciji.

Nakon postavljanja prekidne tačke, lijevo od teksta se pojavljuje crveni kružić. To je lokacija na koju možemo kliknuti da bismo aktivirali ili deaktivirali prekidnu tačku.

Program se pokreće ili izborom opcije u meniju Debug→Start ili funkcijskim tasterom F8. Ako želite da izvršite samo jednu naredbu, pritisnite taster F7, ili jednu od ovih strelica u ToolBar-u:



Među programerima se uobičajeno koristi fraza „šetanje korak po korak” ili „step by step”, pa se kaže da tasterom F7 izvršavamo jedan korak programa.

U slučaju kada želite da se izvršavanje zaustavi kod kursora, pritisnite F4.

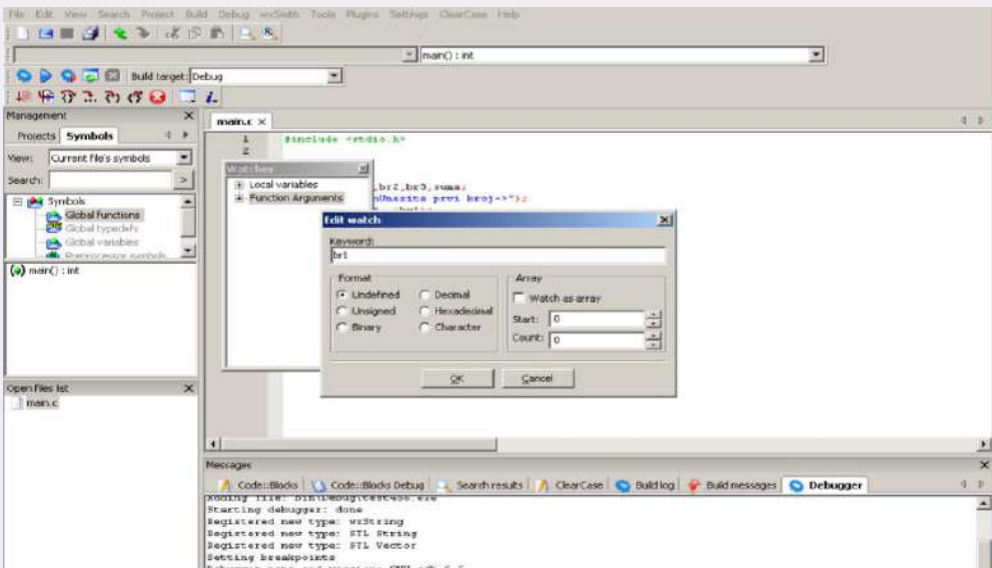
Dok izvršavate korake programa, na lijevoj strani se nalazi žuta strelica koja pokazuje naredbu koja će sljedeća biti izvršena.

```

8 | int pocEpizode=17*60+7; // vreme pocetka epizode (pretvoreno u minute)
9 | int krajEpizode= 18*60+52; // vreme kraja epizode (pretvoreno u minute)
10 | int trajanjeReklama=krajEpizode-pocEpizode-trajanjeEpizode;
11 | int poslednjaPauza=trajanjeReklama-7-9-11-12;
12 | cout << "Poslednja pauza je trajala " << poslednjaPauza << " minuta" << endl;
13 | return 0;

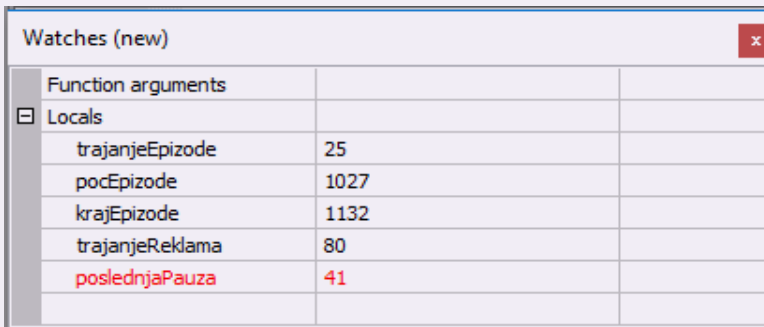
```

Ako vas zanimaju vrijednosti promenljivih koje sadrže trenutne rezultate, dovoljno je da u meniju izaberete opciju Debug → Debugging windows → Watches. Pojaviće se prozor za nadzor promenljivih.



Kliknite desnim dugmetom miša na ovaj prozor i izaberite opciju „Add watch”. Zatim u prozor koji se pojavi unesite naziv promjenljive koju želite da posmatrate npr. trajanjeEpizode. Pogledajte sliku za prikaz kako bi vaš ekran trebalo da izgleda.

U prozoru Watch možemo unijeti u jednoj koloni imena promjenljivih kao i jednostavnije izraze čije vrijednosti posmatramo u prekidnoj tački. Na raspolaganju nam je i stalan prozor koji pokazuje vrijednosti svih promjenljivih u funkciji koja se trenutno izvršava. U ovom primjeru, možete vidjeti da je vrijednost promjenljive trajanjeEpizode = 25.



Watches (new)	
Function arguments	
Locals	
trajanjeEpizode	25
pocEpizode	1027
krajEpizode	1132
trajanjeReklama	80
poslednjaPauza	41

U slučaju da ovaj prozor nije vidljiv, otvorite ga koristeći meni Debug -> Debugging windows -> Watch. Crvenom bojom su označene vrijednosti koje su promijenjene između prethodnog i ovog zaustavljanja programa. Na primjer, u slučaju ako “koračamo” kroz program pomoću tastera F7, crvene će biti vrijednosti koje su promijenjene posljednjom izvršenom naredbom. Ako želite da izvršite program do kraja ili do sljedeće tačke prekida, ako takva postoji, pritisnite taster F8.

Ako **želite da potpuno prekinete izvršavanje programa** pritisnite kombinaciju tastera **Shift-F8**. Istu ulogu ima i dugme sa crvenim kvadratom (dugme "Stop debugger") :



Najkorisnija primjena opisanih mogućnosti je traženje i ispravljanje grešaka u programu. Ako se program kompajlira a ne radi ono što očekujete, izvršavanje korak po korak i osmatranje vrijednosti promjenljivih može da pomogne da otkrijete kako nastaje greška i kako da otklonite njen uzrok.

Slika bube: [https://en.wikipedia.org/wiki/File:First\\_Computer\\_Bug,\\_1945.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:First_Computer_Bug,_1945.jpg)

Ostale slike su preuzete sa sajta [petlja.org](http://petlja.org).

## ZADACI ZA VJEŽBU

### VI razred

#### Ravan i skupovi tačaka u ravni. Razlomci.

1. Odrediti šta sve može biti presjek: a) dvije prave; b) prave i trougla; c) dva trougla; d) trougla i četvorougla. Svaki primjer prikazati crtežom.
2. Date su tačke A i B na međusobnom rastojanju od 5 cm. U toj ravni odrediti tačku M koja je od tačke A udaljena 4 cm, a od tačke B 6 cm.
3. Nacrtati kružnicu  $k(O, 25 \text{ mm})$ . U ravni kružnice izabrati tačku A tako da je  $OA = 4 \text{ cm}$ . Na kružnici odrediti tačke B i C tako da duž AB ima najveću dužinu, a duž AC najmanju. Kolika je dužina duži AB i AC?
4. Koja su tvrđenja tačna: a) Kvadrat ima četiri ose simetrije; b) Kvadrat ima dvije ose simetrije; c) Pravougaonik ima četiri ose simetrije; d) Pravougaonik ima dvije ose simetrije?
5. Nacrtati pravougaonik ABCD, a potom konstruisati njemu simetričan pravougaonik  $A_1B_1C_1D_1$  - u odnosu na pravu koja sadrži tačke A i C.
6. U ravni je data duž AB i tačka  $A_1$  u koju se preslikava tačka A pri centralnoj simetriji ravni. Odrediti centar simetrije i konstruisati simetričnu sliku duži AB.
7. Učenik je pročitao  $\frac{5}{12}$  jedne knjige. Ako bi pročitao još 80 stranica preostalo bi mu da pročita još  $\frac{1}{4}$  knjige. Koliko stranica ima knjiga?
8. Na sajmu je za tri dana prodato 620 knjiga. Prvog dana prodato je  $\frac{1}{4}$  ukupne količine, a drugog dana  $\frac{3}{5}$  ostatka. Koliko je knjiga prodato trećeg dana?
9. Ako je 4 kg pasulja plaćeno 32,48 eura, a 2,5 kg luka 8,25 eura, koliko treba platiti 2,5 kg pasulja i  $\frac{2}{3}$  kg luka?
10. Ako se trostrukoj vrijednosti nekog broja doda  $\frac{3}{4}$  tog broja dobije se broj 3. Odrediti taj broj.
11. Izračunati: a)  $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} : \frac{5}{12}$ ;    b)  $0,92 \cdot 10 + 25,6 : 1000$ ;  
c)  $3,5 \cdot 2,1 - 2\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} + \frac{2}{7}$ .

## 12 Dijagonala

12. Kojim brojem treba podijeliti razliku brojeva  $\frac{3}{4}$  i  $\frac{1}{2}$  da bi se dobio zbir brojeva  $\frac{1}{4}$  i  $\frac{3}{8}$ ?
13. Riješiti jednačine: a)  $\frac{2}{3} \cdot x - 0,2 = \frac{1}{5}$ ;    b)  $11,7 : x + 1\frac{1}{5} = 9$ .
14. Riješiti nejednačine: a)  $2,75 : x \leq 3\frac{1}{2}$ ;    b)  $2 - \left(\frac{3}{4} + 11 \cdot x\right) > \frac{1}{3}$ .
15. Odrediti x tako da su tačne jednakosti: a)  $\frac{5}{4} : x = \frac{2}{5} : \frac{4}{3}$ ;    b)  $3,6 : 2,4 = 0,6 : x$ .
16. Pokazati da je vrijednost izraza cio broj:  
$$\left[\left(\frac{7}{9} - \frac{47}{72}\right) : 1,25 + \left(\frac{6}{7} - \frac{17}{28}\right) : (0,358 - 0,108)\right] \cdot 1,6 - \frac{19}{25}$$
17. Ako se plati u gotovom, cijena knjige je niža za 20% i iznosi 26,2 eura. Koliki je popust?
18. Jelena i Ksenija kupile su kaput i jaknu. Jelena je ponijela 60 eura i za kaput potrošila 56% od sume koju je ponijela. Ksenija je jaknu platila 37,5 eura, što iznosi 75% od sume koju je ponijela.  
a) Koja je ponijela više novca?    b) Koja je potrošila više i za koliko?

### Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

#### I grupa

1. Konstruisati kružnicu  $k(O, 4 \text{ cm})$ . Obilježiti tačke A i B na kružnici i pravu p koja sadrži te dvije tačke. Odrediti presjek kružnice k i prave p.
2. Izračunati: a)  $2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5}$ ;    b)  $2,45 : 0,5$ ;    c)  $2\frac{1}{2} \cdot 0,4 + \frac{1}{5} : 1\frac{1}{5}$ ;  
d)  $\left(1\frac{1}{3} + 0,75\right) : \left(1,6 - 1\frac{1}{4}\right)$ .
3. Riješiti jednačine:  
a)  $x \cdot \frac{5}{8} = 2\frac{2}{5}$ ;    b)  $1\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x = 2\frac{3}{8}$ .
4. Riješiti nejednačine i rješenja predstaviti na brojevnoj polupravoj:  
a)  $2\frac{3}{4} : x < \frac{1}{2}$ ;    b)  $x : \left(0,6 + 1\frac{1}{3}\right) \geq \frac{5}{29}$ .
5. Poslije sniženja od 15% cijena jedne košulje je 15,40 eura. Kolika je bila cijena prije sniženja?

## II grupa

1. Konstruisati krug  $K(O, 4 \text{ cm})$ . Obilježiti tačke A i B na kružnici i pravu p koja sadrži te dvije tačke. Odrediti presjek kruga K i prave p.
2. Izračunati: a)  $3\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{9}$ ;      b)  $2,75 : 0,5$ ;      c)  $1\frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$ ;  
d)  $\left(1\frac{1}{2} + 0,25\right) : \left(2,4 - 1\frac{1}{4}\right)$ .
3. Riješiti jednačine: a)  $x \cdot \frac{12}{13} = 2\frac{2}{5}$ ;      b)  $\frac{3}{8}x - 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ .
4. Riješiti nejednačine i rješenja predstaviti na brojevnoj polupravoj:  
a)  $x \cdot 2\frac{1}{2} < \frac{2}{5}$ ;      b)  $\left(1\frac{1}{2} + 0,75\right) : x \leq 0,9$ .
5. Cijena nekog proizvoda poslije poskupljenja od 15% iznosi 18,10 eura. Kolika je cijena bila prije poskupljenja?

**Nataša Kankaraš, JU OŠ „Vladimir Nazor“, Podgorica**

## VII razred

### Racionalni brojevi. Četvorougao. Kombinatorika.

1. Riješiti jednačine: a)  $-0,5 \cdot \left(\frac{x}{5} + 3\right) = 0,25$ ;  
b)  $-0,75 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0,2x\right) + \frac{6}{5} = -1,6$ .
2. Riješiti nejednačine: a)  $4 \cdot (3x + 0,6) > 0$ ;      b)  $\left(0,75x + \frac{2}{3}\right) \cdot (-7,2) < 0$ ;  
c)  $2 \cdot |x| - 1,25 \leq 4\frac{3}{4}$ .
3. Dva pravouгла trougla imaju zajedničku hipotenuzu i obrazuju četvorougao. Ako je oštar ugao jednog trougla  $38^\circ$ , a drugog  $41^\circ$ , koliki su uglovi tog četvorougla?
4. Iz tjemena D paralelograma ABCD povučena je visina na stranicu AB. Ugao između visine i stranice AD paralelograma je  $35^\circ$ . Odrediti unutrašnje uglove paralelograma.
5. Konstruisati pravougaonik ako je dijagonala  $d = 6 \text{ cm}$  i stranica  $b = 3 \text{ cm}$ .

## 14 Dijagonala

- Izračunati osnovicu trapeza  $a$  ako je druga osnovica  $b = 12,8 \text{ cm}$ , a srednja linija  $m = 6\frac{1}{2} \text{ cm}$ .
- Izračunati unutrašnje uglove četvorougla ako važe jednakosti:  
 $\beta = \alpha + 42^\circ$ ,  $\gamma = \beta - 20^\circ$  i  $\delta = \alpha + \beta$ .
- Simetrale uglova na osnovici jednakokrakog trapeza obrazuju ugao od  $132^\circ$ . Izračunati unutrašnje uglove trapeza.
- Dijagonala trapeza dijeli srednju liniju na odsječke  $3 \text{ cm}$  i  $5 \text{ cm}$ . Odrediti dužine osnovica.
- Izračunati obim jednakokrakog trapeza ako su:
  - njegove osnovice  $8 \text{ cm}$  i  $3 \text{ cm}$ , a jedan unutrašnji ugao  $60^\circ$
  - jedan unutrašnji ugao  $30^\circ$ , srednja linija  $12 \text{ cm}$ , a visina  $4 \text{ cm}$ .
- Konstruisati deltoid ABCD ako je  $AB = AD = 7 \text{ cm}$ ,  $BD = 10 \text{ cm}$  i  $\sphericalangle D = 60^\circ$ .
- Koliko se pomoću cifara  $0,1,3,5,7,9$  može napisati šestocifrenih brojeva:
  - u kojima se cifre ne ponavljaju;
  - u kojima se cifre ponavljaju?
- Na polici se nalazi 18 knjiga od kojih su 7 na engleskom, 5 na ruskom i 6 na francuskom jeziku. Na koliko različitih načina se mogu raspodijeliti knjige na polici, ako knjige na istom jeziku moraju biti jedna uz drugu?

### Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

#### I grupa

- Riješiti jednačine: a)  $\frac{7}{5}x = -1,8$ ; b)  $\frac{9}{10}:x = -1,2$ ;  
c)  $4\frac{1}{2} - \left(8\frac{3}{5} + x\right) - 2\frac{5}{6} = 14\frac{3}{5} - 25\frac{1}{6}$ .
- Riješiti nejednačine: a)  $0,75x > -\frac{9}{100}$ ; b)  $2(x - 2) + 10 < x + 5$ .
- Na stranici AB paralelograma ABCD označena je tačka K tako da je  $AD = AK$  i  $\sphericalangle KDC = 40^\circ$ . Odrediti uglove tog paralelograma.
- Konstruisati trapez ABCD ako su dati njegova osnovica, dijagonala i uglovi na osnovici:  $AB = 7,5 \text{ cm}$ ,  $AC = 8 \text{ cm}$ ,  $\sphericalangle A = 60^\circ$  i  $\sphericalangle B = 75^\circ$ .
- Dva druga žele provesti večer tako što će neko vrijeme sjedjeti u kafiću, a zatim poći u bioskop. Na koliko načina mogu napraviti izbor ako su im na raspolaganju 8 kafića i 4 bioskopa?

## II grupa

- Riješiti jednačine: a)  $3x + \frac{3}{5} = -11,4$ ; b)  $-3,8 - \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$ ;  
c)  $9\frac{7}{8} - \left(-4\frac{3}{4} + x\right) = -3\frac{5}{6} - \left(-3\frac{1}{4}\right)$ .
- Riješiti nejednačine: a)  $0,01x - 0,01 \geq \frac{99}{100}$ ; b)  $5(x + 1) \geq 3(2x + 1)$ .
- Simetrala  $\sphericalangle A$  paralelograma ABCD siječe stranicu CD u tački K tako da je  $DK = 2 \cdot KC$ . Odrediti dužinu stranice AB ako je  $AD = 8 \text{ cm}$ .
- Konstruisati jednakokraki trapez ABCD ako su date njegova osnovica, visina i ugao na osnovici:  $AB = 6,5 \text{ cm}$ ,  $h = 2 \text{ cm}$  i  $\sphericalangle B = 45^\circ$ .
- Koliko se neparnih trocifrenih brojeva može zapisati pomoću cifara 1, 2, 3, 4, 5, ako u zapisu svakog broja, dvije susjedne cifre moraju biti različite?

Ivana Ivanović, JU OŠ „Dr Dragiša Ivanović”, Podgorica

## VIII razred

## Površina trougla i četvorougla. Krug i kružnica.

- Izračunati:
  - obim pravougaonika, ako mu je površina  $60 \text{ cm}^2$  i dužina  $12 \text{ cm}$ .
  - obim kvadrata, ako mu je površina  $81 \text{ cm}^2$ .
  - površinu romba, ako mu je obim  $30 \text{ cm}$ , a visina je jednaka trećini osnovice.
  - površinu pravougaonika, ako mu je obim  $38 \text{ cm}$ , a stranice mu se razlikuju za  $3 \text{ cm}$ .
- Izračunati površinu jednakokrakog trougla čiji je krak  $8 \text{ cm}$ , a ugao naspram osnovice  $30^\circ$ .
- Ako su stranice paralelograma  $12,8 \text{ cm}$  i  $8 \text{ cm}$ , a visina koja odgovara dužoj stranici je  $4,5 \text{ cm}$ , izračunati visinu koja odgovara kraćoj stranici.
- Izračunati površinu jednakokrakog trapeza ako je manja osnovica  $b = 6,2 \text{ cm}$ , visina  $h = 4 \text{ cm}$ , a ugao  $\alpha = 45^\circ$ .
- Izračunati površinu kruga čiji je obim  $10\pi \text{ cm}$ .
- Izračunati obim kruga opisanog oko kvadrata stranice  $a = 8 \text{ cm}$ .
- Izračunati poluprečnik kruga kod kojeg centralnom uglu od  $40^\circ$  odgovara luk dužine  $2\pi \text{ cm}$ .

8. Kružnica poluprečnika  $r = 5 \text{ cm}$  opisana je oko jednakokrakog  $\triangle ABC$ . Ako je  $\sphericalangle ABC = 72^\circ$ , izračunati dužinu luka  $AB$  koji ne sadrži tjeme  $C$ .
9. Jedna stranica pravougaonika je  $a = 10 \text{ cm}$ , a površina opisanog kruga  $75\pi \text{ cm}^2$ . Izračunati obim pravougaonika.
10. Izračunati površinu kružne staze ako je obim manjeg kruga  $20\pi \text{ m}$ , a širina staze  $2 \text{ m}$ .

### Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

#### I grupa

1. Jedna dijagonala romba je za  $4 \text{ cm}$  kraća od druge, a zbir dijagonala je  $20 \text{ cm}$ . Izračunati površinu romba.
2. Površina trapeza, čija je visina  $6 \text{ cm}$  i jedna osnovica  $4,8 \text{ cm}$ , je  $22,2 \text{ cm}^2$ . Izračunati drugu osnovicu.
3. Kružnom isječku površine  $3\pi \text{ cm}^2$  odgovara centralni ugao od  $30^\circ$ . Izračunati dužinu odgovarajućeg kružnog luka.
4. Izračunati obim i površinu kruga opisanog oko pravougaonika stranica  $12 \text{ cm}$  i  $16 \text{ cm}$ .
5. Obimi dviju koncentričnih kružnica su  $6\pi \text{ cm}$  i  $8\pi \text{ cm}$ . Izračunati površinu kružnog prstena ograničenog tim kružnicama.

#### II grupa

1. Obim romba je  $8,4 \text{ cm}$  a njegova površina  $3,15 \text{ cm}^2$ . Izračunati visinu romba.
2. Izračunati površinu trapeza  $ABCD$  ako je dijagonala  $AC = 15 \text{ cm}$ , a rastojanja tjemena  $B$  i  $D$  od te dijagonale su redom,  $4 \text{ cm}$  i  $2 \text{ cm}$ .
3. Površina kruga je  $60\pi \text{ cm}^2$ . Koliko iznosi površina kružnog isječka kome odgovara centralni ugao od  $36^\circ$  ?
4. Obim kruga opisanog oko kvadrata je  $20\pi \text{ cm}$ . Izračunati površinu kvadrata.
5. Površina kružnog prstena je  $7\pi \text{ cm}^2$ , a obim manjeg kruga je  $6\pi \text{ cm}$ . Izračunati obim većeg kruga.

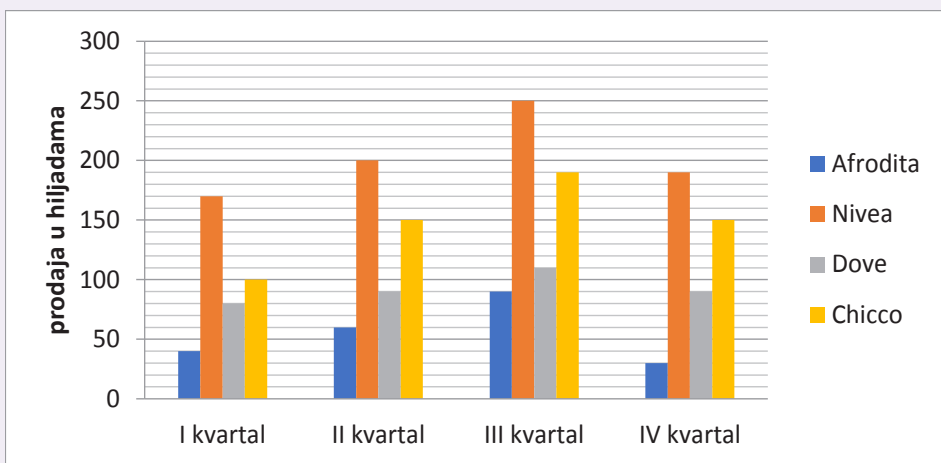
## IX razred

## Valjak. Kupa. Lopta. Prikazivanje i obrada podataka.

1. Osni presjek valjka je kvadrat površine  $196 \text{ cm}^2$ . Izračunati površinu i zapreminu tog valjka.
2. Sulundar dužine  $1,2 \text{ m}$  napravljen je od lima. Koliko je  $m^2$  lima bilo potrebno za izradu tog sulundara, ako je prečnik njegove osnove  $14 \text{ cm}$ ?
3. Izvodnica kupe zaklapa sa ravni njene osnove ugao od  $45^\circ$ .
  - a) Izraziti površinu i zapreminu kupe kao funkciju dužine izvodnice.
  - b) Koliko litara vode može da stane u tu kupu ako je njena izvodnica  $s = 30\sqrt{2} \text{ cm}$ ?
4. Mesingani valjak zapremine  $90\pi \text{ cm}^3$  i poluprečnika osnove  $3 \text{ cm}$  pretopljen je u kupu čiji je poluprečnik osnove jednak poluprečniku osnove valjka. Izračunati visinu kupe.
5. Sladoledžija nudi Varvari da bira između dvije kugle sladoleda prečnika  $2 \text{ cm}$  ili jedne kugle sladoleda prečnika  $4 \text{ cm}$ . Varvara želi da pojede više sladoleda, pa joj pomozite za koju ponudu da se odluči.
6. Površina lopte je  $144\pi \text{ cm}^2$ . Izračunati: a) zapreminu lopte; b) zapreminu kocke upisane u tu loptu. Za koliko se razlikuju zapremine lopte i kocke?
7. Zbir dužina dijagonala romba je  $28 \text{ cm}$ , a njihov odnos je  $4 : 3$ . Odrediti:
  - a) dužine dijagonala i stranice romba,
  - b) površinu i zapreminu tijela dobijenog obrtanjem romba oko manje dijagonale,
  - c) zapreminu tijela dobijenog obrtanjem romba oko prave koja prolazi kroz jedno njegovo tjeme i paralelna je većoj dijagonali tog romba.
8. Jednakokraki pravougli trougao rotira oko svoje hipotenuze dužine  $10 \text{ cm}$ . Izračunati površinu i zapreminu dobijenog tijela.
9. Profesor matematike je posmatrao Petra kako se ponaša tokom časa i zabilježio sljedeće: Petar je pričao sa drugom  $10$  minuta, igrao se telefonom  $5$  minuta, gledao kroz prozor  $3$  minuta, aktivno radio  $20$  minuta, komunicirao sa profesorom  $3$  minuta i spremio stvari u torbu  $4$  minuta. Nacrtati precizno kružni dijagram koji će ilustrovati Petrovo ponašanje na času.

10. Na sljedećem dijagramu predstavljena je prodaja kozmetičkih brendova po kvartalima za 2020. godinu.

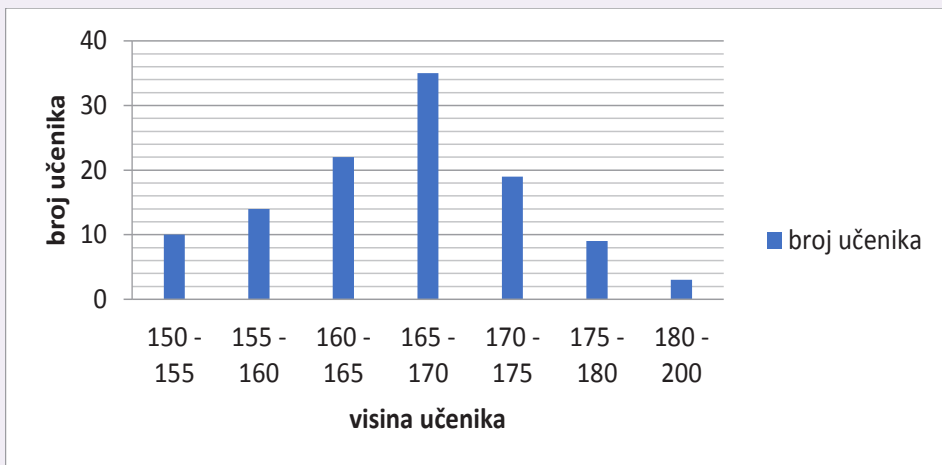
- Koji brend i u kojem kvartalu je imao najveću prodaju?
- Koji brend i u kojem kvartalu je imao najmanju prodaju?
- U kojem kvartalu je ostvarena najbolja prodaja?
- Koji brend je imao najveću prodaju tokom čitave godine?
- Koliki procenat od ukupne prodaje je ostvario brend Dove?



### Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

#### I grupa

- Visina valjka je  $2\text{ cm}$ , a površina njegovog omotača iznosi  $40\pi\text{ cm}^2$ . Izračunati površinu i zapreminu tog valjka.
- Omotač kupe ima površinu  $500\pi\text{ cm}^2$ , a poluprečnik osnove i dužina izvodnice se odnose kao  $4 : 5$ . Izračunati zapreminu te kupe.
- Olovna kuglica poluprečnika  $4\text{ cm}$  potopljena je u posudu oblika valjka. Za koliko će se povećati nivo vode u posudi, ako je poluprečnik njene osnove  $5\text{ cm}$  i ako je prije potapanja nivo vode u posudi bio jednak  $3\text{ cm}$ ?
- Jednakokraki trapez čije osnovice imaju dužine  $9\text{ cm}$  i  $3\text{ cm}$  rotira oko svoje duže osnovice. Naći površinu i zapreminu tako dobijenog tijela, ako je oštar ugao trapeza jednak  $45^\circ$ .
- Na sistematskom pregledu mjerena je visina učenika devetog razreda izražena u  $\text{cm}$ . Dobijeni rezultati su prikazani stubastim dijagramom.



- Pročitati podatke sa dijagrama i predstaviti ih tabelarno.
- Koliko učenika ima visinu manju od 160 *cm*?
- Koliko učenika ima visinu veću od 175 *cm*?
- Koliko je učenika bilo na sistematskom pregledu?

## II grupa

- Prečnik osnove kupe je 16 *cm*, a njena izvodnica je za 4 *cm* veća od visine. Izračunati površinu i zapreminu te kupe.
- Površina valjka je  $216\pi \text{ cm}^2$ , a visina i poluprečnik se odnose kao 1 : 2. Izračunati zapreminu tog valjka.
- Čaša za sladoled je oblika kupe visine 12 *cm* i poluprečnika 5 *cm*. U nju su stavljene dvije kašike sladoleda u obliku polulopte poluprečnika 5 *cm*. Da li će sladoled prelići čašu kada se rastopi?
- Jednakokraki trapez rotira oko svoje manje osnovice dužine 4 *cm*. Izračunati površinu i zapreminu tako dobijenog tijela, ako je krak trapeza jednak manjoj osnovici i ako je ugao na većoj osnovici jednak  $60^\circ$ .
- U jednom odjeljenju devetog razreda je napravljena anketa o tome koliko učenici prosječno provedu vremena spavajući dnevno.

Broj sati	3 – 4	5 – 6	7 – 8	9 – 10	11 – 12
Broj učenika	1	5	14	7	7

- Podatke iz tabele predstaviti stubastim dijagramom.
- Koliko učenika spava manje od 9 sati?
- Koliko učenika spava više od 10 sati?
- Koliko učenika spava u prosjeku 7 – 8 sati?
- Koliko je učenika učestvovalo u anketi?

**Sanja Todorović, JU OŠ „Vuko Jovović“, Danilovgrad**

## ODABRANI ZADACI

### VI razred

- Za takmičenje iz matematike prijavljeno je  $\frac{2}{7}$  broja takmičara više nego što je planirano. Iz opravdanih razloga  $\frac{3}{10}$  prijavljenih je odustalo od takmičenja, tako da je broj učenika koji se takmiče za 6 manji od planiranog broja učenika. Koliko je učenika učestvovalo na takmičenju?
- Konstruisati krug koji prolazi kroz date tačke A i B i dodiruje pravu  $p$  za koju važi  $p \parallel AB$ .
- Mjerni brojevi dužina ivica kvadra su prirodni brojevi. Površina kvadra je  $592 \text{ cm}^2$ , a zapremina  $960 \text{ cm}^3$ . Ako je dužina jedne ivice kvadra  $a = 12 \text{ cm}$ , odrediti dužinu ostale dvije ivice.
- Na početku školske godine u jednoj školi bio je jednak broj dječaka i djevojčica. U toku prva dva klasifikaciona perioda došlo je još 15 djevojčica i 5 dječaka. Poslije toga broj djevojčica predstavlja 51% ukupnog broja učenika te škole. Koliko je bilo djevojčica, a koliko dječaka na početku školske godine?

### VII razred

- Četiri radnika treba da urade jedan posao. Ako bi prvi, drugi i treći radnik radili zajedno, posao bi završili za 6 sati, ako bi zajedno radili prvi, drugi i četvrti radnik, posao bi završili za 7,5 sati, a treći i četvrti za 10 sati. Za koliko bi sati uradili taj posao ako bi svi zajedno radili?
- Riješiti jednačinu:  $\frac{-0,9}{0,3} - \frac{1:(-2)}{\frac{1}{8}} |x - 1| = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{0,25}$ .

3. Na rođendanskoj žurci bili su 4 dječaka i 6 djevojčica. Na koliko se načina mogu formirati plesni parovi pod pretpostavkom da u plesu učestvuju svi dječaci?
4. Dokazati da su središta stranica i podnožje bilo koje visine u proizvoljnom trouglu tjemena jednakokrakog trapeza.

### VIII razred

1. Unutrašnji ugao pravougaonika podijeljen je dijagonalom u odnosu 1 : 3. Izračunati površinu pravougaonika ako dužina dijagonale iznosi 8 *cm*.
2. Trapez ima površinu 80 *cm*<sup>2</sup> i dužinu visine 9 *cm*. Središte srednje linije trapeza udaljeno je od jednog kraka 3 *cm*, a od drugog kraka 4 *cm*. Izračunati dužine osnovica tog trapeza.
3. Nad duži  $AB = 12$  *cm* kao prečnikom konstruisan je polukrug sa centrom O i unutar njega dva polukruga nad dužima OA i OB kao prečnicima. Izračunati površinu trećeg kruga, koji dodiruje veći polukrug iznutra, a manje polukrugove spolja.
4. Na stranicama AB i BC romba ABCD sa oštrim uglom od 60° odabrane su tačke M i N takve da je  $|MB| + |BN| = |AB|$ . Tačka P je simetrična tački N u odnosu na stranicu CD. Dokazati da je  $AD \parallel MP$ .

### IX razred

1. Dužina kraće katete pravouglog trougla je 6 *cm*, dok je dužina druge katete za 2 *cm* kraća od hipotenuze. Odrediti površinu i zapreminu tijela koje nastaje rotacijom tog pravouglog trougla oko hipotenuze.
2. Osni presjek prave kupe je jednakokrako-pravougli trougao površine 72 *cm*<sup>2</sup>. Odrediti površinu i zapreminu te kupe, a zatim naći odnos zapremina kupe i pravilne šestostrane piramide upisane u tu kupu.
3. Ravan  $\alpha$  koja je paralelna sa osom pravog valjka siječe ga po pravougaoniku čije se stranice odnose kao 3 : 4 i ima površinu (presječni pravougaonik) od 48 *cm*<sup>2</sup>. Izračunati površinu i zapreminu tog valjka ako je ravan  $\alpha$  udaljena 4 *cm* od ose valjka.
4. Na koliko najviše načina se na šahovsku tablu može postaviti 8 topova tako da se međusobno ne napadaju?

**Vanja Đurđić-Kuzmanović, Milan Rosandić, Vladan Bošković,  
JU OŠ „Oktoih“, Podgorica**

**TAKMIČARSKI ZADACI**

*I na najveći i na najduži put,  
kreće se prvim korakom – samo hrabro!*

**VI razred**

1. Na udaljenosti od 125 m pas je opazio zeca i pojurio za njim. Istog trenutka zec se dao u bijeg. Jednim skokom zec preskače pola metra, a pas 2 m. Osim toga, u vremenu u kome zec 7 puta skoči, pas skoči 2 puta. Koliku udaljenost je pretrčao pas od trenutka kada je opazio zeca, do trenutka kada ga je ulovio?
2. Kada je prodavac smanjio cijenu mandarina za 20%, onda se za 24 eura moglo kupiti 1 kg mandarina više nego što se prije sniženja moglo kupiti mandarina za 27 eura. Kolika je bila cijena 1 kg mandarina prije sniženja?

**VII razred**

1. Članovi matematičke sekcije u jednoj školi dogovorili su se da za vrijeme praznika svaki od njih napiše po jednu razglednicu ostalim članovima. Koliko je svega bilo članova u toj sekciji ako je bilo napisano ukupno 342 razlednice?
2. U pravouglom trouglu ABC tačka D je podnožje hipotenuzine visine, a tačke E i F su sredine kateta AC i BC. Dokazati da tačke: C,D,E i F pripadaju istoj kružnici.

**VIII razred**

1. Da li postoje brojevi  $x, y$  i  $z$  za koje je vrijednost izraza  $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$ , negativna?
2. Dat je pravougli trougao ABC, gdje je C tjeme pravog ugla, a D podnožje hipotenuzne visine. Neka su  $r, r_1$  i  $r_2$ , redom, poluprečnici krugova upisanih u trouglove ABC, ACD i BCD. Dokazati da je  $r_1 + r_2 + r = CD$ .

**IX razred**

1. Jedno tjeme kocke i centri triju strana kojima je to tjeme zajedničko, su tjemena trostrane piramide. Odrediti zapreminu tako dobijene piramide.
2. U centru sobe je mačka i 10 miševa: 9 crnih (označenih brojevima 1 do 9) i jedan bijeli miš (označen brojem 10). Miševi trče u krug, stalno u istom

smjeru, ne mijenjajući međusobni redosljed (1,2,3,...,9,10). Mačka lovi miševe jednog po jednog i svaki put kada ulovi jednog miša, propusti 4 sledeća, a petog ulovi. Ispostavilo se da je bijeli miš poslednji ulovljen. Koji je miš prvi ulovljen? Kada odredite koji je miš prvi ulovljen, taj broj je dužina poluprečnika baze valjka, dok je visina valjka broj predzadnjeg ulovljenog miša iz rješenja prethodnog zadatka. Odrediti ugao koji gradi dijagonala osnovnog presjeka tog pravog valjka sa ravni baze.

Vanja Đurđić-Kuzmanović, Milan Rosandić, Vladan Bošković,  
JU OŠ „Oktoih“, Podgorica

## RJEŠENJA TAKMIČARSKIH ZADATAKA IZ PROŠLOG BROJA

### VI razred

1. Odrediti trocifren broj koji je pet puta veći od proizvoda svojih cifara.
2. Odrediti koliko ima jednakokrakih trouglova čije stranice imaju cjelobrojne dužine (u *cm*), a obim im je jednak 2022 *cm*.

#### Rješenja:

1. Označimo trocifren broj sa  $\overline{abc}$ . Traženi broj treba da zadovoljava uslov  $\overline{abc} = 5 \cdot a \cdot b \cdot c$ , tj.  $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c = 5 \cdot a \cdot b \cdot c$  (1).

Broj sa desne strane je djeljiv sa 5, pa i broj sa lijeve strane jednakosti mora biti djeljiv sa 5. Kako  $5|(a \cdot 100 + b \cdot 10)$  onda mora važiti  $5|c$ . Dakle,  $c = 5$ . Uvrstimo li  $c = 5$  u jednakost (1) dobićemo:

$$a \cdot 100 + b \cdot 10 + 5 = 5 \cdot a \cdot b \cdot 5 \text{ pa je } a \cdot 20 + b \cdot 2 + 1 = 5 \cdot a \cdot b \text{ (2).}$$

$5|(a \cdot 20)$  pa mora važiti  $5|(b \cdot 2 + 1)$ . Dakle,  $b = 2$  ili  $b = 7$ . Ako se vratimo u jednakost (2), zaključićemo da  $b = 2$  nije moguće rješenje i da je za  $b = 7, a = 1$ . Broj koji zadovoljava uslov zadatka je 175.

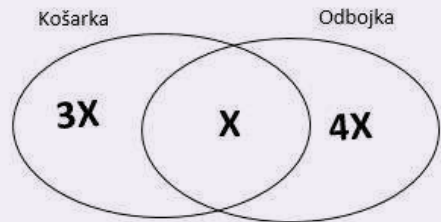
2. Neka je  $a$  dužina osnovice, a  $b$  dužina kraka trougla. Kako je  $a + 2 \cdot b$  paran broj, to je  $a$  paran broj. Zbir dužina dvije stranice u trouglu je veći od dužine treće stranice, pa mora biti  $a < 2b \cdot a + 2 \cdot b = 2022$  to je  $a < 1011$ , pa  $a$  može biti bilo koji element iz skupa  $\{2,4,6, \dots, 1010\}$ . Prema tome, broj trouglova koji zadovoljavaju uslov zadatka je 505.

**VII razred**

- U jednom odjeljenju koje broji 29 učenika, organizovane su košarkaška i odbojkaška sekcija. Četvrtina učenika koji idu na košarkašku sekciju istovremeno ide i na odbojkašku sekciju, dok petina učenika sa odbojkaške sekcije ide na košarkašku sekciju. Koliko učenika ne ide ni na jednu od sekcija, ako se zna da je taj broj manji od 10?
- U trouglu ABC ugao kod tjemena A je  $120^\circ$ , a ugao kod tjemena B je  $20^\circ$ . Odsječak na simetrali ugla kod tjemena A (do presjeka sa naspramnom stranicom) ima dužinu 2 cm. Odrediti razliku dužina stranica BC i AB.

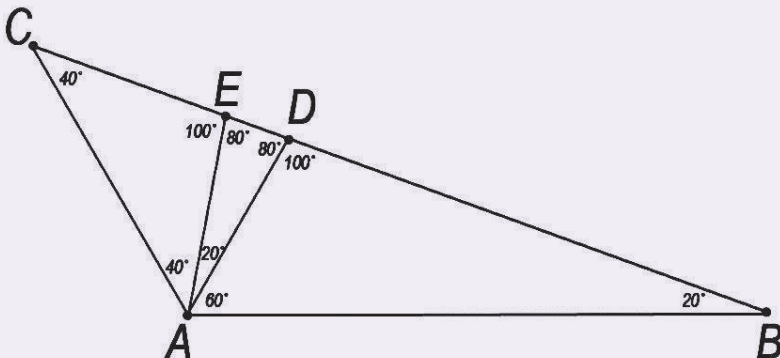
**Rješenja:**

- Ako sa  $X$  označimo broj učenika koji istovremeno idu na obje sekcije, onda je ukupan broj učenika koji idu na košarkašku sekciju  $4 \cdot X$ , a na odbojkašku  $5 \cdot X$ . To znači da samo na košarkašku sekciju ide  $4 \cdot X - X = 3 \cdot X$  učenika, a samo na odbojkašku sekciju ide:  $5 \cdot X - X = 4 \cdot X$  učenika.



Stoga ukupan broj učenika u odjeljenju koji idu na neku od sekcija iznosi:  $3 \cdot X + 4 \cdot X + X = 8 \cdot X$ . Kako je ukupan broj učenika u odjeljenju 29, to  $X \in \{1, 2, 3\}$ . Pošto je broj učenika koji ne idu ni na jednu od sekcija manji od 10, to znači da je  $X = 3$ , pa njihov broj iznosi:  $29 - 8 \cdot 3 = 29 - 24 = 5$ .

- Neka je AD odsječak na simetrali ugla kod tjemena A dužine 2 cm. Na stranici BC odredimo tačku E, takvu da je  $AB = BE$ . To znači da je  $\triangle ABE$  jednakokrak sa uglovima kod tjemena E i A od po  $80^\circ$ . Lako se pokazuje da su i  $\triangle ACE$  (uglovi kod tjemena C i A su po  $40^\circ$ ) i  $\triangle ADE$  (uglovi kod tjemena E i D su po  $80^\circ$ ) takođe jednakokraki trouglovi, pa slijedi zaključak da je:  $BC - AB = CE = EA = AD = 2$  cm.



## VIII razred

1. Jedna vrsta biljke svake nedjelje raste po 3 cm. Kolika joj je visina ako je prije 10 nedelja bila tri puta niža nego sada?
2. Zbir kvadrata dva prirodna broja je 289, a kvadrat njihovog zbira 529. Koji su to brojevi?

## Rješenja:

1. Označićemo trenutnu visinu biljke sa  $h$ , pa je  $h - 30 \text{ cm} = \frac{h}{3}$ .  
Rješavanjem ove jednačine dobijamo  $\frac{2}{3}h = 30 \text{ cm}$ , odnosno, visina biljke je  $h = 45 \text{ cm}$ .
2. Označimo tražene brojeve sa  $x$  i  $y$ . Iz uslova zadatka dobijamo:  

$$x^2 + y^2 = 289$$

$$(x + y)^2 = 529$$
 Iz druge jednačine dobijamo da je  $x + y = \sqrt{529} = 23$ , a takođe i da je  $x^2 + 2xy + y^2 = 529$ , gdje poslije uvrštavanja  $x^2 + y^2 = 289$  dobijamo da je  $2xy = 529 - 289 = 240$ . Odavde proizilazi da je  $xy = 120$ . Sad tražimo dva prirodna broja čiji je zbir 23, a proizvod 120, a to su brojevi 15 i 8.

## IX razred

1. Odrediti sve prirodne brojeve  $n$ , takve da kada im se doda 53, dobije se kvadrat prirodnog broja, a kada im se oduzme 42, takođe se dobije kvadrat prirodnog broja.
2. Anja i Blažo farbaju ogradu sastavljenu od daščica jednakih veličina. Poslije nekog vremena ofarbali su ukupno 16 daščica. Anja kaže Blažu: „Ja bih tvoje daščice ofarbala za 18 minuta“, a Blažo: „Ja bih tvoje daščice ofarbao za 50 minuta“. Koliko je ko ofarbao daščica?

## Rješenje:

1. Iz uslova zadatka imamo:  $n + 53 = x^2$  i  $n - 42 = y^2$ . Oduzimanjem jednačina se dobija:  

$$x^2 - y^2 = n + 53 - (n - 42) \Rightarrow x^2 - y^2 = n + 53 - n + 42 \Rightarrow x^2 - y^2 = 95 \Rightarrow (x - y)(x + y) = 95$$
.
 Razmatraćemo sledeće slučajeve:  
 I:  $(x - y)(x + y) = 1 \cdot 95 \Rightarrow x - y = 1$  i  $x + y = 95$ .  
 Rješavanjem ovog sistema dobija se da je  $x = 48$  i  $y = 47$ , odnosno,  $n + 53 = 48^2$ , tj.  $n + 53 = 2304$ , pa je  $n = 2251$ . Slučaj kada je  $x - y = 95$  i  $x + y = 1$  ne daje za rješenja prirodne brojeve.

## 26 **Dijagonala**

II:  $(x - y)(x + y) = 5 \cdot 19 \Rightarrow x - y = 5$  i  $x + y = 19$ . Rješavanjem ovog sistema dobija se da je:  $x = 12$  i  $y = 7$ , pa je  $n + 53 = 12^2$ , odnosno  $n + 53 = 144$  i  $n = 91$ .

U slučaju da je  $x - y = 12$  i  $x + y = 5$ , dobili bi da je  $x = 12$  i  $y = -7$ , što ne odgovara uslovima zadatka.

2. Neka je Anja ofarbala  $x$ , a Blažo  $16 - x$  daščica. Jednu daščicu Anja farba za  $\frac{18}{16-x}$  minuta, a svojih  $x$  daščica za  $\frac{18x}{16-x}$  minuta. Blažo jednu daščicu farba za  $\frac{50}{x}$  minuta, a  $16 - x$  daščica za  $\frac{50(16-x)}{x}$  minuta. Iz  $\frac{18x}{16-x} = \frac{50(16-x)}{x}$  dobijamo  $\frac{(16-x)^2}{x^2} = \frac{18}{50}$ , odnosno  $(\frac{16-x}{x})^2 = (\frac{3}{5})^2$ .

Rješavajući jednačinu dobija se  $x = \frac{5 \cdot 16}{8} = 10$ . Anja je ofarbala 10, a Blažo 6 daščica.

**Dragana Borović, Nikola Milačić, Maja Martinović, Sanda Ivanović,**  
**JU OŠ „Sutjeska“, Podgorica**

**MATEMATIKA +**  
*(foto album)*



**OKRUGLI STO**  
*(foto album)*



## PRIPREMANJE NASTAVE/UČENJA, PRAĆENJA I PROVJERAVANJA – Matematika, 9. razred

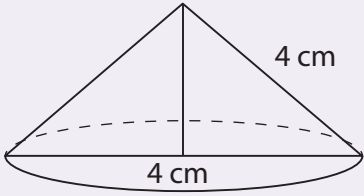
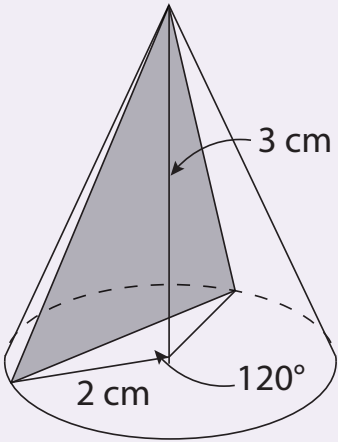
NASTAVNIK: Irena Pavićević, JU OŠ „Štampar Makarije“

NASTAVNA METODA: dijaloška OBLICI RADA: frontalni, grupni

TIP ČASA: utvrđivanje, proširivanje NASTAVNA SREDSTVA: nastavni listići, modeli kupe, hameri

<b>OBRAZOVNO-VASPITNI ISHOD:</b>	<p><b>Na kraju učenja učenik će moći da:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– opiše geometrijsko tijelo - kupu</li> <li>– navodi i imenuje njene elemente i svojstva</li> <li>– crta mrežu kupe</li> <li>– izračunava površinu i zapreminu kupe i u slučajevima kada neophodni elementi nijesu neposredno dati</li> </ul>		
<b>ISHODI UČENJA</b> (kriterijum ocjenjivanja)	<p><b>Osnovni nivo</b></p> <p><b>UČENICI:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– prepoznaju kupu i imenuje njene elemente (osnovu, omotač, osu kupe, tjemne (vrh), izvodnicu, visinu kupe)</li> <li>– crtaju mrežu kupe</li> <li>– koriste napisane formule za računanje površine i zapremine kupe u najjednostavnijim životnim situacijama</li> <li>– koriste napisane formule za izračunavanje jednog nepoznatog elementa kupe kada su drugi elementi neposredno dati.</li> </ul>	<p><b>Srednji nivo</b></p> <p><b>UČENICI:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– opisuju pravu kupu i njene elemente i svojstva</li> <li>– crtaju mrežu prave kupe i znaju da je osnova krug, a omotač kružni isječak</li> <li>– koriste formule za računanje površine i zapremine kupe u nekim životnim situacijama</li> <li>– koriste formule za izračunavanje više nepoznatih elemenata kupe.</li> </ul>	<p><b>Viši nivo</b></p> <p><b>UČENICI:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– primjenjuju svojstva kupe u konkretnim životnim situacijama,</li> <li>– razumiju da se prava kupa može opisati i kao tijelo dobijeno obrtanjem pravouglog trougla oko svoje katete, sve dok se hipotenuza ne vrati u svoj prvobitni položaj,</li> <li>– opisuju osni presjek kupe,</li> <li>– crtaju mrežu kupe i prave precizne modele ,</li> <li>– uočavaju da su normalne projekcije izvodnica prave kupe na ravan osnove jednake poluprečnicima istog kruga</li> <li>– koriste i izvode formule za računanje površine i zapremine prave kupe u komplikovanijim situacijama</li> <li>– primjenjuju i izvode formule za izračunavanje više nepoznatih elemenata prave kupe, gdje poznati elementi nijesu neposredno dati, primjenjujući svojstva pravougljih trouglova sa uglovima od <math>60^\circ</math>, <math>30^\circ</math> i <math>90^\circ</math>, ili sa uglovima od <math>45^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>90^\circ</math>.</li> </ul>

<b>AKTIV- NOSTI UČENJA</b>	<p><b>UČENICI:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– prezentuju sadržaj sa hamera koji su samostalno uradili, sa nacrtanim pravim kupama, nacrtanim pravouglim trouglom i napisanim formulama;</li> <li>– prepoznaju, imenuju i opisuju elemente prave kupe na modelima koje su napravili;</li> <li>– upoređuju modele sa nacrtanim slikama na hameru;</li> <li>– u grupama (šest grupa po četiri/pet učenika) rade po jedan zadatak ( šest grupa-šest zadataka ukupno) - tri grupe imaju lagane, a tri grupe teže zadatke; članovi grupa su unaprijed određeni, prema postignućima i interesovanjima;</li> </ul> <p>* U laganim zadacima svaka grupa ima zadatak da izračuna površinu i zapreminu prave kupe u najjednostavnijoj životnoj situaciji, izračuna nepoznati element, tražeći odgovarajuću formulu na hameru ili odgovarajući pravougli trougao, gdje korišćenjem Pitagorine teoreme računaju nepoznati element prave kupe kada su poznati elementi eksplicitno dati.</p> <p>I kod težih zadataka svaka grupa treba da izračuna površinu i zapreminu kupe u komplikovanijoj životnoj situaciji, da izračuna više nepoznatih elemenata, koriste svojstva pravouglog trougla sa uglovima od <math>60^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>90^\circ</math> i <math>45^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>90^\circ</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– povezuju stečena znanja vezana za kupu i piramidu u konkretnim situacijama;</li> <li>– usmeno objašnjavaju, analiziraju, komentarišu kako doći do rješenja datih zadataka (Poenta na ovom času je na ideji kako riješiti problem, a ne na računu. Može se dozvoliti i upotreba digitrona);</li> <li>– na projektnom platnu gledaju prikazana rješenja, usmeno diskutuju tačna i netačna rješenja sa kritičkim osvrtom na greške, usmeno analiziraju zadatke koji nijesu tačno odrađeni;</li> <li>– zajedno sa nastavnikom komentarišu neke od stvari na koje treba obratiti pažnju prilikom rješavanja zadataka vezanih za prave kupe;</li> <li>– učenici eksperimentalnim putam (uz pomoć čaša i vode) pokazuju da je zapremina kupe jednaka trećini zapremine valjka čija je osnova podudarna osnovi kupe, a visina jednaka visini kupe.</li> </ul>
<b>PRA- ĆENJE:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– znanje i kognitivne vještine,</li> <li>– socijalne vještine - vještina rada u grupi, tolerancija i spremnost na saradnju, uvažavanje i prihvatanje ideja drugih;</li> <li>– stavovi i vrijednosti učenika (samostalnost, odgovornost, upornost, inicijativnost...)</li> </ul>

<p><b>PROVJER-AVANJE (ZADACI ZA SVIH 6 GRUPA)</b></p>	<p><b>(lakši zadaci – osnovni i srednji nivo)</b></p> <p><b>KUPA, POVRŠINA I ZAPREMINA KUPE</b></p> <p>1. a) Skiciraj mrežu kupe čiji je crtež dat na slici:</p>  <p>b) Izračunaj visinu date kupe.</p> <p>2. Da li je moguće u posudu oblika prave kupe čiji je poluprečnik osnovne 8 cm, visina 20 cm, sipati jedan litar vode?</p> <p>3. Izračunaj površinu kupe čija je zapremina <math>9\pi \text{ cm}^3</math>, a dužina poluprečnika osnovne jednaka je visini kupe.</p>	<p><b>(teži zadaci – srednji i viši nivo)</b></p> <p><b>KUPA, POVRŠINA I ZAPREMINA KUPE</b></p> <p>1. Komet za sladoled u obliku kupe ima visinu 12 cm i prečnik osnovne 6 cm. Koliko je najmanje kvadratnih metara tijesta potrebno da bi se napravilo 100 korneta?</p> <p>2. Izračunaj površinu obojenog trougla na slici.</p>  <p>3. Kupa je upisana u pravilnu trostranu piramidu visine 8 cm. Izračunaj zapreminu kupe i zapreminu piramide, ako je poluprečnik kruga opisanog oko osnovne piramide dužine 6 cm.</p>
<p><b>OBLICI PRAĆENJA I PROVJERAVANJA:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Nastavni listići za rad u grupama sa različitim nivoima složenosti zadataka.</li> <li>– Ček lista za praćenje socijalnih vještina, stavova i vrijednosti.</li> <li>– Usmeno provjeravanje.</li> <li>– Prezentacije hamera, modela, zanimljivosti sa interneta.</li> </ul>	

# MATEMATIKA MAJA

Maje su bile mezoamerički narod koji je naseljavao prostor poluostrva Jukatan (Meksiko) i Gvatemale od oko 2000. godine p.n.e. do 1500-tih godina nove ere. Najviše su se bavili poljoprivredom, ponajviše uzgajivanjem teozinte, kakaa, kukuruza i paprika. Slično Olmecima i Astecima, Maje su pronalazile vrijeme za matematiku i astronomiju. Iako je većina Majanskih knjiga spaljeno od strane španskih osvajača, iz četiri sačuvane knjige (Grojler kodeks, Troano kodeks, Drezden kodeks i Pariz kodeks) možemo sakupiti dovoljno informacija o majanskom shvatanju matematike. Sve četiri knjige, prevedene su u 20. vijeku, jer su pisane logogramima, kao i većina drugih starih mezoameričkih knjiga. Drezden kodeks nam najviše otkriva o naučnim saznanjima Maja.




O tome da je matematika bila važan predmet izučavanja kod Maja, svjedoče freske i zidna umjetnost pronađena u majanskim hramovima na kojima su prikazani matematičari/ke kako rješavaju razne matematičke probleme, a na prvoj takvoj pronađenoj fresci, nalazila se žena. Maje su imale svoj brojni sistem sastavljen od tačkica (svaka ima vrijednost 1) i crtica (svaka ima vrijednost 5).

Maje su jedan od prvih mezoameričkih naroda koje su koristile 0 i zapisivali su je kao puževu školjku. Smatra se da su 0 preuzeli od Olmeka (drugog mezoameričkog naroda).

Maje su koristile sabiranje i oduzimanje, a dokazi za korišćenje množenja i dijeljenja kao i razlomaka i negativnih brojeva, ne postoje. Sabiranje su vršili na jednostavan način. Sabirali su tačkice sa tačkicama, a crte sa crtama. Izraz  $5 + 8$  izračunali bi tako što bi 1 crtu u broju pet i 1 crtu u broju osam sabrali (dvije crte) pa dodali 3 tačke sa broja osam. Dobili bi broj 13 jer 2 crte vrijede 10, a 3 tačke vrijede 3. Oduzimanje bi bilo malo teže. Recimo da od broja 13 (dvije crte, tri tačke) oduzimamo 2. U tom slučaju bismo radili sljedeće: pošto u broju 2 nemamo crtica, prepisivali bi 2 crte iz broja 13, i oduzeli 2 tačke od 3 tačke. Dobili bismo dvije crte i 1 tačku, odnosno 11. Uzmimo primjer  $11 - 3$ . U broju

11 nema dovoljno tačaka da bi se oduzele od 3, te tada jednu crtu pretvaramo u 5 tačkica. Sada imamo 6 tačaka i 1 crtu i 3 tačke, te prepisujemo crtu i 3 tačke. Odgovor je 8 ( $5 + 3$ ). Maje su preferirale da nikad ne pišu više od 5 tačaka iznad crta, te bi se uvijek 5 tačaka pretvaralo u jednu crtu.

	.	..	...	....	—	┌	└	┌	└
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
═	┌	└	┌	└	═	┌	└	┌	└
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Ponekad bi se dodavala dodatna tačka iznad one koje je najviše u desnoj strani. Tada bi se broju dodavalo 20 na vrijednost. Dodavanjem simbola 0 ispod nekog broja, on bi se povećao 20 puta.

U slučaju da se 0 ispod nekog broja duplira, ta 0 (druga po redu ispod nekog broja) bi povećala isti 18 puta. Na primjer ako ispod 1 stavimo simbol 0, to bi iznosilo 20, a ako ispod tih novodobijenih 20 dodamo još jednu 0, dobili bismo 360 ( $20 \cdot 18$ ). Ovu promjenu (u vrijednosti druge 0) uveli su zbog broja dana u jednoj njihovoj lunarnoj godini. Valja napomenuti i da su Maje razvile koncept nule mnogo prije Evropljana. Maje su imale čudnu tradiciju vjerovanja u svete brojeve, a ovo su neki od njih:

- 20 – Predstavljao je broj prstiju na obje ruke i obje noge.
- 13 – Predstavljao je broj originalnih bogova Maja.
- 52 – Predstavljao je broj godina u jednoj grupi (slično kao što mi imamo vjekove).
- 400 – Broj majanskih bogova.



Iako se ni u jednoj od 4 sačuvane knjige ne spominje da su Maje koristile geometriju, izučavanjem lokaliteta, hramova i kuća srednje Amerike, arheolozi su došli do saznanja da su Maje morale posjedovati znanja iz geometrije. Sa nevjerovatnom preciznošću Maje su konstruisale prave uglove i paralelne linije tokom građenja objekata. U slikama (u kodeksima, na porcelanu, zidovima...) koje su sačuvane do danas, možemo jasno primijetiti upotrebu šestara i lenjira (ili makar pribora nalik na njih).

Napomenućemo da su Maje, osim brojeva sastavljenih od crta i tačaka, ponekad koristile i posebne brojeve čiji je zapis ličio na glave različitih bogova. Evo nekih primjera: Broj 1 je bio bog Imiks, broj 2 je bio Ik, broj 3 je bio Akbal, 4 bog Kan, broj 5 je bio Šikčan, 6 je bio Kimi, 7 bog Manik, broj 8 bog Lamat, broj 9 bog Muluk, broj 10 bog Ok, 11 bog Šeuven, itd.

## KALENDARI

Maje su sigurno najpoznatije po njihovim kalendarima i načinima računanja vremena. Oni su vrijeme računali pomoću dva glavna kalendara: Ritualnog i Solarnog. Solarni kalendar Maja naziva se HAAB i broji 365 dana koji su raspoređeni u 19 mjeseci sa po 20 dana i jednim periodom od 5 dana. Svaki mjesec Haaba je imao imena i to su bila: Pop, Uo, Zip, Zotez, Tzac, Xul, Yaxin, Mol, Ch'en, Yax, Zac, Ceh, Mac, Kankin, Muan, Pax, Kayab, Cumki i Wayeb (period od 5 dana). Drugi kalendar, TZOLKIN se sastoji od 260 dana sa periodima od 13 i periodima od 20 dana. Za razliku od Haaba u kom postoje periodi koji obrazuju godinu, u Tzolkinu, periodi od 13 i 20 dana pokretali bi se nezavisno jedni od drugih. Tu se javio i jedan problem. Ni uz pomoć Tzolkina odnosno Haaba nije moguće razlikovati dva datuma koja se razlikuju za 365 dana, te su Maje riješile taj problem tako što su koristili oba kalendara u isto vrijeme. One su računale NZD (najveći zajednički djelilac) od 260 i 365 (18 980). To je broj dana u jednom ciklusu koje definišu dva različita kalendara (ili 52 haaba). Osim Haaba i Tzolkina, Maje su razvile najmanje 17 različitih kalendara zasnovanih na kretanju zvijezda i planeta. Haab ili neodređena godina, počinjao bi mjesecom Pop (koji bi odgovarao našem današnjem julu) i pratilo bi ga još 17 mjeseci. Pet dana dodato je da bi kalendar pratio sunce i to se smatra nesrećnim periodom. Prvi dan u svakom mjesecu označavao bi se 0 (0 pop, 1 pop, 2 pop... i sve tako do zadnjeg dana 19 popa). Broj 9 bio je ključan u Haabu jer je on bio simbol čovječanstva, a Haab je bio jedan od zemaljskih kalendara. Maje su smatrale da ljudi žive u bezbožnom stanju koje obilježava dualnost.

Maje su 52 haaba nazivale i jednim kalendarskim krugom. Kod Maja je broj 52 bio važan broj, jer je u pitanju množenje svetog broja 13 sa 4 (brojem elemenata). Osoba koja napuni 52 godine, smatrala bi se mudrom. Poklapanja između



Tzolkin je sveti kalendar koji ima osnovu 20, baš kao i Haab, ali se množi sa 13 (i 13 i 20 su sveti brojevi te je logično da obrazuju sveti kalendar). Tzolkin je sastavljen od kombinacije 20 sunčanih pečata i 13 svetih tonova. Tzolkin i Haab se preklapaju svakih 52 haaba i obrazuju cikluse (svežnje) slične našim vjekovima. Povezivanjem dva kalendara, nastaje period kada se sveti i zemaljski život poklapaju.



Velike vođe su počinjale osvajačke pohode upravo početkom jednog ovakvog ciklusa. U Drezdenskom kodeksu se spominje računanje položaja Venere i to čak na 6 strana.

dva kalendara, uplašilo bi sve Maje. Naime, krajem svakog ciklusa se očekuje smak svijeta (zadnje poklapanje se desilo 2012.) i tada bi bogovi spustili nebo na zemlju ukoliko ljudi nijesu bili poslušni prethodnog ciklusa. Mjesečev kalendar daje informacije o mjesečevim menama i položajem mjeseca u polugodišnjem ciklusu lunacija (položajem mjeseca u odnosu na Sunce). Jedna godina prema njemu,

se dijeli na 13 mjeseci od po 28 dana. Venerin ciklus se sastoji od 584 dana kojima je praćen položaj Venere, a na izračunavanju njenog položaja Maje su radile dugi niz godina. Mnogi događaji u ovom ciklusu su se smatrali štetnim, a takođe se vezivao za ratovanje.

**Andrija Đuranović, učenik VI-4 odjeljenja  
JU OŠ „Radojica Perović”, Podgorica**

## Projekti Udruženja nastavnika matematike Crne Gore

### MATEMATIKA +

Udruženje nastavnika matematike Crne Gore (UNMCG) će do kraja ove školske godine završiti prvi dio projekta „Matematika +”, koji podrazumijeva 10 radionica u trajanju od 90 minuta namijenjenih talentovanim matematičarima osnovnih škola Crne Gore. Trenutno nešto više od 200 učenika iz 4 crnogorske opštine, radi takmičarske zadatke sa nastavnicima matematike. Učenici iz Berana, Bijelog Polja i Nikšića rade zadatke za 6. i 9. razred osnovne škole, a u Podgorici projekat „Matematika +” prate učenici šestog, sedmog, osmog i devetog razreda. Projekat je podržalo Ministarstvo prosvjete Crne Gore.

Od septembra 2022. startuje drugi dio projekta koji podrazumijeva još 10 radionica za rad sa talentovanim matematičarima u osnovnim školama. Pozivamo talentovane učenike da se prijave za učešće u projektu „Matematika +” putem maila UNMCG.

## Priprema učenika za eksterno testiranje

UNMCG je u saradnji sa udruženjem „Roditelji” i ove godine organizovalo besplatne online pripreme za eksterno testiranje. Na mail UNMCG pristiglo je oko 500 prijava učenika devetog razreda iz svih krajeva Crne Gore. Učenici su raspoređeni u 6 grupa i sa njima je odrađeno 6 jednosatnih radionica sa prezentacijama koje su sadržale formule, zadatke, definicije i pravila neophodne za ponavljanje gradiva iz matematike za osnovnu školu, u cilju što bolje pripreme za eksterno testiranje. Učenici su bili aktivni, zainteresovani, a njihovi roditelji zahvalni na pomoći.

### Okrugli sto

U organizaciji Odbora za matematiku i fiziku CANU, Prirodno-matematičkog fakulteta (PMF) i Udruženja nastavnika matematike 4. marta 2022. godine na Univerzitetu Crne Gore je održan okrugli sto na temu „Izazovi u nastavi matematike u Crnoj Gori“.

Skup je otvorio dekan PMF-a, akademik prof. dr Predrag Miranović, koji je bio i moderator. Nakon toga je akademik prof. dr Milojica Jaćimović govorio o situaciji sa nastavom matematike, naročito o nedoumici da li „školujemo dovoljno nastavnika matematike”.

Nadzornik za matematiku iz Zavoda za školstvo Miodrag Vučeljić je informisao prisutne da nastavu matematike drži nešto oko 34% nestručnog osoblja, kao i da je 61 nastavnik blizu penzije, te se postavlja pitanje „ko će da ih zamijeni”. Kazao je da je ovo veliki problem i da nije siguran kako će se riješiti. Vučeljić je dodao da institucije koje se bave matematikom ne saraduju u dovoljnoj mjeri institucionalno.

Na okruglom stolu je bilo riječi i o matematičkim takmičenjima. Profesorica Anda Vojinović je prezentovala probleme sa kojima se sreću nastavnici matematike prilikom pripremanja učenika za Državno takmičenje. Prisutni su se naročito osvrnuli na ovu temu te je uslijedila razmjena mišljenja.

Profesorica Danijela Jovanović je imala izlaganje o stručnom osposobljavanju nastavnika matematike. Ona je navela da svega dvije profesorice matematike imaju najveća nastavnička zvanja, a osvrnula se i na mali broj seminara iz matematike u Katalogu za stručno usavršavanje nastavnika.

Profesorica Aleksandra Vuković je u svom izlaganju govorila o programima matematike u osnovnoj školi, nedovoljnom interesovanju za matematiku i prirodnu grupu predmeta uopšte, kao i o tome da je ocjena „postala jako bitna”.

Okrugli sto je bio prilika da se razmijene mišljenja kako motivisati učenike da zavole matematiku i da se njome bave, kako razbiti predrasude i pogled na matematiku koja je za mnoge bauk. Predloženo je da matematiku treba popularizovati, tj. približiti učenicima kroz igru, kviz i moderne tehnologije. Okrugli sto je privukao i veliku pažnju medija koji su široj javnosti prenijeli izazove i probleme nastave matematike u osnovnim školama u Crnoj Gori.

## DAN BROJA $\pi$

Osnovne škole „Oktoih“ i „Vladimir Nazor“ iz Podgorice su obilježili *Međunarodni dan broja  $\pi$* . Učenici su kroz prezentaciju objasnili kako se kroz istoriju računao broj  $\pi$ . Zanimljiv je bio skeč u kome su se nadmetali Ludolf i Arhimed, čije se imena posebno ističu kada je u pitanju ovaj broj. Kroz stihove nastavnika Milana Rosandića smo opustili i zabavili takmičare koji su dolazili iz više škola našeg grada: „Oktoih“, „Milorad Musa Burzan“, „Mahmut Lekić“, „Štampar Makarije“, „Vlado Milić“ i „Vladimir Nazor“.



Nakon programa uslijedilo je zanimljivo takmičenje u kazivanju decimala broja  $\pi$ . Učenici koji su kazali najviše decimala su nagrađeni diplomama, a svi takmičari su dobili novi broj časopisa

„Dijagonala“, u izdanju Udruženja nastavnika matematike Crne Gore. Organizatori i učenici koji su učestvovali u programu nosili su majice sa natpisom **Insπration**.



Pobjednik ovogodišnjeg takmičenja je Dragan Kadrić, učenik škole „Vladimir Nazor“, koji je kazao 278 decimala. Drugo mjesto zauzela

je Isidora Damjanović, učenica OŠ „Milorad Musa Burzan“, sa kazanih 190 decimala, a treće mjesto je pripalo učeniku OŠ „Vladimir Nazor“, Luki Medenici, koji je kazao 186 decimala. Nadamo se da će ovo takmičenje postati tradicija među podgoričkim školama i da će nam se pridružiti i škole iz ostalih gradova.

Ljiljana Marković, JU OŠ „Vladimir Nazor“, Podgorica

## NAGRADNI ZADATAK SA NASLOVNE STRANE:

Pozivamo učenike da nam šalju rješenja nagradnog zadatka sa naslovne strane.

### SPISAK PRVIH 5 UČENIKA KOJI SU TAČNO RIJEŠILI NAGRADNI ZADATAK SA NASLOVNE STRANE IZ PROŠLOG BROJA DIJAGONALE:

1. Ana Rajović, učenica VII - 3, JU OŠ „Milan Vukotić” – Golubovci
2. Luka Bogovac, učenik VI - 5, JU OŠ „Radojica Perović” – Podgorica
3. Ivana Kovačević, učenica IX - 4, JU OŠ „Vuk Karadžić” – Berane
4. Maša Braković, učenica VII - 4, JU OŠ „Vlado Milić” – Podgorica
5. Matej Perišić, učenik VI - 2, JU OŠ „Marko Miljanov” – Bijelo Polje

Redakcija časopisa sve njih nagrađuje besplatnim primjerkom Dijagonale 16.

Štampanje ovog broja pomogli su:



DOMEN d.o.o.  
PODGORICA



Imate prijatelje!  
MTEL d.o.o. – PODGORICA



**BEMAX**  
BEMAX d.o.o.  
PODGORICA

HVALA NAŠIM PRIJATELJIMA!

Uredništvo poziva nastavnike, učenike i sve čitaoce da nam šalju priloge za list: članke, odabrane zadatke, zanimljivosti, priloge za zabavnu matematiku itd.

Dio tiraža ovog broja „Dijagonale” će biti besplatno podijeljen svim bibliotekama osnovnih škola u Crnoj Gori.

Ovaj broj se može kupiti u „**Gradskoj knjižari**” i „**Narodnoj knjizi**”.

Sve informacije o pretplati i porudžbini ovog i narednih brojeva možete naći na sajtu Udruženja. Narudžbe slati putem mejla.

Broj žiro računa UNMCG je **510-206991-61** kod CKB banke.

Adresa redakcije je: Ul. Gojka Berkuljana br. 20, Podgorica.

Mejl: [udruznastmatem@gmail.com](mailto:udruznastmatem@gmail.com)

[www.unmcg.wordpress.com](http://www.unmcg.wordpress.com)

CIP - Каталогизација у публикацији  
Национална библиотека Црне Горе, Цетиње

ISSN 2536-5851 = Dijagonala  
COBISS.CG-ID 36769808

ISSN 2536-5851



9 772536 585009 >